

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**PUBLICAÇÕES**

**INSTITUTO DE FÍSICA  
CAIXA POSTAL 66318  
05389-970 SÃO PAULO - SP  
BRASIL**

**IFUSP/P-1154**

**ESTUDO DA INCERTEZA DAS AMPLITUDES DOS  
MODOS MHD OBTIDOS PELA ANÁLISE DE FOURIER**

**Mauro Sérgio T. Araújo, Alvaro Vannucci, Iberê L. Caldas**  
Instituto de Física, Universidade de São Paulo

Maio/1995

# ESTUDO DA INCERTEZA DAS AMPLITUDES DOS MODOS MHD OBTIDOS PELA ANÁLISE DE FOURIER

Mauro Sérgio T. Araújo, Alvaro Vannucci, Iberê L. Caldas

Instituto de Física, Universidade de São Paulo  
C.P 66.318, CEP 05389-970 - São Paulo, S.P., Brasil

## RESUMO

Procurou-se avaliar a incerteza na determinação da amplitude dos modos MHD decorrente do método de análise empregado, ou seja, da decomposição em série de Fourier das oscilações de Mirnov. Foi verificada a influência do número de pontos ou bobinas utilizados no processo, observando-se grande vantagem de se trabalhar com o sistema de 16 bobinas de Mirnov quando comparado ao sistema de 10 bobinas. Verificou-se a possibilidade de ocorrência do efeito de alisamento ("Smoothing") para modos de maior ordem quando se utiliza o sistema de 10 bobinas. Também foi estudada a necessidade de se incluir efeitos toroidais na análise, compatibilizando o sistema de coordenadas com a geometria toroidal do tokamak, uma vez que a não inclusão destes efeitos pode levar a graves distorções na interpretação dos resultados obtidos. O procedimento aqui utilizado baseou-se na criação de uma série de 30 simulações de sinais magnéticos, com amplitudes e combinações de diferentes intensidades dos modos que os compõem, todos previamente conhecidos para permitir posterior comparação com os resultados obtidos após sua decomposição. Foi calculada a diferença obtida na amplitude de cada modo, utilizando-se 10 e 16 pontos (bobinas), e o erro relativo, servindo este de indicativo da incerteza proveniente do método.

## 1 - INTRODUÇÃO

Uma avaliação sobre a imprecisão das amplitudes dos modos de oscilação MHD possui significativa importância, uma vez que possibilita estabelecer o nível de confiança que pode ser atribuído aos resultados decorrentes do processo de decomposição das oscilações de Mirnov em série de Fourier, processo este comumente utilizado em diversos estudos efetuados no Laboratório de Física dos Plasmas do IFUSP /1/. Diante da relevância em se determinar quais os modos de oscilação podem estar relacionados aos mecanismos de surgimento e desenvolvimento de instabilidades de ruptura, torna-se ainda mais importante efetuar-se tal avaliação. Estes mecanismos já foram estudados no tokamak TBR-1 em várias ocasiões e a utilização da análise de Fourier, embora uma prática comum, nunca teve avaliado o seu grau de confiabilidade, decorrente principalmente do próprio método de análise em si.

As principais fontes de erro estudadas relacionam-se basicamente aos seguintes aspectos da análise:

1) Existência de um número limitado de bobinas de Mirnov que podem ser utilizadas simultaneamente para mapear poloidalmente as oscilações magnéticas. O L.F.P. possui dois sistemas de diagnósticos contendo 10 e 16 bobinas de Mirnov, os quais serviram de base nas avaliações aqui desenvolvidas.

2) Consideração de efeitos toroidais em primeira aproximação no processo de análise. Os perfis poloidais do campo magnético foram considerados de maneira a compatibilizar o sistema de coordenadas espaciais utilizado com a geometria do TBR-1.

Como será visto, o pequeno número de bobinas introduz incertezas significativas principalmente na amplitude dos modos de maior ordem, enquanto a ausência do efeito toroidal é responsável por distorções grandes nos resultados obtidos, induzindo a conclusões errôneas quanto a composição dos modos que se encontram presentes no plasma.

## 2 - MÉTODO UTILIZADO NA AVALIAÇÃO DAS INCERTEZAS

O método empregado na avaliação das incertezas das amplitudes dos modos de oscilação baseou-se na criação de uma série de 30 simulações de sinais magnéticos, cada um composto por diferentes combinações de modos com amplitudes previamente conhecidas. Estes sinais eram formados por uma série de Fourier com 26 termos, representando assim 14 modos distintos, ou seja, de  $m = 0$  até  $m = 13$ , medidos em 72 posições poloidais diferentes. Desta forma, o sinal criado possui desde os modos normalmente encontrados no TBR-1 ( $m < 6$ ) até modos de maior ordem, sendo escolhidas para estes amplitudes menores em relação aos demais. Outro procedimento para tentar obter simulações o mais próximas das condições reais foi o de se utilizar sinais com amplitudes semelhantes às observadas no TBR-1, ou seja, no intervalo de 5 T/s à 120 T/s. As composições de modos continham diversas combinações de amplitudes, algumas com apenas um modo destacando-se como dominante e outras com a participação de mais de um modo dominante, conforme já se observou em resultados obtidos no TBR-1.

Uma vez que eram conhecidos antecipadamente todos os coeficientes da série de Fourier, sabia-se de princípio qual era a amplitude de cada modo que compunha o sinal simulado. Desta maneira, pode-se comparar as amplitudes previamente conhecidas com as obtidas pela decomposição dos sinais quando medidos em apenas 10 ou 16 posições poloidais, representando o que realmente pode ser medido com os dois sistemas de diagnósticos magnéticos de Mirnov disponíveis no laboratório. Sabendo-se que é possível se determinar um número de coeficientes da série de Fourier igual ao número de pontos utilizados /2/, em ambos os casos havia insuficiência de dados, acarretando de maneira mais ou menos intensa erros na determinação dos coeficientes.

Obtidas as amplitudes dos modos após a devida decomposição, comparou-se os resultados com os valores verdadeiros conhecidos e calculou-se as diferenças observadas. A incerteza

final foi considerada como sendo a média dos erros relativos observados nas 30 simulações, calculados na forma de porcentagem para os dois diagnósticos, com 10 e 16 bobinas. Este erro relativo foi calculado da seguinte maneira:

$$E_r = \frac{|A_d - A_c|}{A_c} \quad (1)$$

onde  $A_d$  é a amplitude do modo obtido pela decomposição em série de Fourier e  $A_c$  corresponde ao seu valor previamente conhecido. Por sua vez, as amplitudes dos modos foram definidas como sendo /1,2/:

$$A = \frac{1}{2} \sqrt{A_{sin}^2 + A_{cos}^2} \quad (2)$$

onde  $A_{sin}$  é a amplitude do termo em seno e  $A_{cos}$  é a amplitude do termo em cosseno dos modos de oscilação simulados.

A influência do efeito toroidal foi avaliada efetuando-se a comparação de resultados da decomposição em série de Fourier obtidos de duas maneiras, uma na qual o sistema de coordenadas utilizado não levava em consideração estes efeitos e outra na qual tais efeitos eram incorporados. A utilização de efeitos toroidais pode ser encontrada em alguns trabalhos do L.F.P., tanto teóricos como os desenvolvidos por Kucynski /3/, o estudo do equilíbrio do plasma por Okano /4/, bem como em atividades experimentais tais como o mapeamento dos campos gerados pelos anéis do Limitador Ergódico Magnético do TBR-1 /5/ ou a reconfiguração das espiras geradoras dos Campos Helicoidais Ressonantes /6/.

As diferenças observadas indicaram que a estrutura de modos que compõem um determinado sinal é alterada intensamente, podendo falsear interpretações acerca dos modos que podem estar presentes nestes sinais, conforme será visto detalhadamente adiante.

### 3 - RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES EFETUADAS

Foram simulados trinta sinais magnéticos, cada um sendo decomposto como se houvessem sido medidos por sistemas de diagnósticos de Mirnov formados por 10 e 16 bobinas magnéticas, obtendo-se assim as amplitudes dos modos constituintes e os erros relativos destas amplitudes. Desta maneira, as figuras 1 à 6 mostram as amplitudes e os respectivos erros relativos dos modos  $m = 0$  à  $m = 5$ , obtidos para o sistema formado por 10 bobinas. Nestas figuras, as pequenas circunferências ao longo da linha contínua representam os valores verdadeiros das amplitudes para cada uma das 30 simulações, indicadas no eixo das abscissas, enquanto os "\*" correspondem aos valores obtidos a partir da decomposição em série de Fourier. Pode-se observar que as flutuações nos valores obtidos para os vários modos em relação aos valores verdadeiros são responsáveis pelas altas imprecisões na sua determinação, principalmente para os modos  $m = 0$ ,  $m = 4$  e  $m = 5$ , sendo este último sistematicamente superestimado no processo de decomposição, enquanto os demais modos encontram-se sujeitos a menores incertezas.

Simulando-se a utilização do sistema de diagnóstico formado por 16 bobinas, observam-se flutuações pequenas em torno dos valores verdadeiros dos modos  $m \leq 6$ . Assim, as figuras 7 à 15 mostram as amplitudes e os respectivos erros relativos dos modos  $m = 0$  à  $m = 8$ . Pode-se perceber que os erros relativos dos modos  $m = 0$ ,  $m = 1$  e  $m = 2$  apresentam valores desprezíveis em todas as trinta simulações efetuadas, podendo-se considerar que a decomposição não introduz nenhum erro significativo na determinação dos coeficientes referentes a estes modos.

Constata-se ainda que as diferenças obtidas nas amplitudes dos primeiros modos são pequenas quando comparadas aos resultados fornecidos pelo sistema composto por 10 bobinas, sendo visível na figura 15 que também há uma sistemática superestimação da componente  $m = 8$  nas trinta simulações efetuadas.

### 3.1 - INCERTEZAS NAS AMPLITUDES DOS MODOS MHD

Considerando-se como parâmetro de incerteza os erros relativos na amplitude de cada modo de oscilação, calculados em porcentagem conforme definidos anteriormente pelas equações 1 e 2, após as trinta simulações efetuadas, calculou-se uma média dos valores obtidos, permitindo-se obter a seguinte tabela de resultados para os dois sistemas de diagnósticos estudados:

Modo de Oscilação	Sistema 1 10 Bobinas	Sistema 2 16 Bobinas
$m = 0$	16,1	0,0
$m = 1$	12,1	0,0
$m = 2$	9,0	0,0
$m = 3$	10,0	0,6
$m = 4$	27,3	4,5
$m = 5$	43,3	9,0
$m = 6$	—	12,5
$m = 7$	—	22,4
$m = 8$	—	35,9

Observa-se da tabela acima que as imprecisões são maiores para os modos de maior  $m$  em ambos os sistemas, entretanto, o sistema de 16 bobinas permitiu obter resultados muito melhores, principalmente para os primeiros modos, em geral os mais importantes no

estudo das instabilidades de disruptura do plasma. Desta forma, fica bastante evidenciada a importância de se utilizar o sistema de 16 bobinas, uma vez que os resultados obtidos mostraram menores flutuações ao longo das simulações efetuadas, indicando assim ser este o sistema capaz de fornecer resultados mais precisos e confiáveis.

#### 4 - EFEITO DE "SMOOTH" NA AMPLITUDE DOS MODOS DE OSCILAÇÃO

O efeito de "Smooth", ou alisamento, surge comumente quando se amostra um sinal abaixo da frequência de Nyquist, ou seja, quando se tem um número de pontos para descrever um sinal inferior ao dobro da frequência que caracteriza este sinal. Considerando o caso das oscilações de Mirnov como um sinal que varia ao longo do ângulo poloidal, a frequência está relacionada ao modo de oscilação  $m$  e desta maneira vinculada à resolução espacial e não temporal da amostragem, ou seja, ao número de bobinas utilizado para mapear o campo. Felizmente, no tokamak TBR-1 não são observados modos de oscilação MHD com  $m > 6$  em virtude do perfil de corrente de plasma, assim, a intensidade do fenômeno de "Smooth", caso exista, deve ser pequena, não interferindo significativamente no método utilizado para sua análise.

Para ilustrar a ocorrência deste fenômeno pode-se observar na figura 16 as mudanças no perfil poloidal de um sinal onde originalmente predomina a componente  $m = 6$ , quando observado em 10, 16, 24 e 72 posições poloidais diferentes. Percebe-se que a medida em que aumenta o número de pontos a resolução do sinal melhora sensivelmente, sendo possível obter-se uma descrição cada vez melhor do sinal original. Decompondo-se o sinal observado em 10 e 16 posições, figura 17, obtêm-se resultados bastante diferentes. Mapeando-se o campo em apenas 10 posições, o modo  $m = 4$  é calculado erroneamente como dominante,

linha tracejada, enquanto que ao usar-se 16 bobinas é obtido corretamente o modo  $m = 6$  como sendo o dominante, linha contínua, em concordância com o sinal verdadeiro. Há portanto uma espécie de "rebatimento" do modo de maior frequência para um outro de menor frequência, sendo este justamente o efeito de "Smooth".

#### 5 - INFLUÊNCIA DE EFEITOS TOROIDAIS

Para ilustrar a importância dos efeitos toroidais, vamos considerar aqui os resultados da decomposição em série de Fourier de dois sinais, um obtido a partir do perfil poloidal de um campo magnético descrito por coordenadas que incorporam estes efeitos toroidais em primeira ordem, e outro, onde tais efeitos encontram-se ausentes.

Desta forma, a figura 18a mostra o perfil poloidal de um sinal onde as componentes  $m = 4$  e  $m = 3$  são predominantes, com a primeira possuindo amplitude ligeiramente maior, correspondendo a 35% do sinal total. As curvas com desenho traço-ponto representam o vaso e o limitador físico, a curva tracejada interna a estas duas corresponde a posição radial das bobinas, as quais são identificadas por pequenas circunferências nas posições poloidais correspondentes no sistema de diagnóstico cuja construção baseou-se na geometria toroidal do tokamak TBR-1. A figura 18b mostra a composição percentual dos modos que geram este sinal, confirmando o que foi afirmado anteriormente a respeito do domínio da componente  $m = 4$ .

Na figura 19a, encontramos o mesmo sinal sendo observado por bobinas dispostas simetricamente ao longo da direção poloidal, ou seja, conforme seria observado por um diagnóstico baseado numa configuração cilíndrica para o tokamak. Comparando-se com a figura 18a observa-se que os valores do campo magnético, indicados por um "x" ao longo do perfil representado pela linha contínua, são evidentemente distintos nos dois sistemas. A sua

decomposição, mostrada na figura 19b, indica que o modo  $m = 3$  seria agora o modo predominante, com o modo  $m = 4$  secundando-o, além de outras mudanças bastante significativas no espectro dos modos, como por exemplo, superestimação dos modos de maior  $m$ , como  $m = 5, 6$  e  $7$ , e subestimação dos modos de menor  $m$ , como  $m = 0, 1$  e  $2$ .

## 6 - CONCLUSÕES

O conjunto de simulações aqui descritos permitiram calcular aproximadamente a incerteza na determinação da amplitude dos modos de oscilação MHD, decorrentes do método de decomposição em série de Fourier aqui utilizado. Assim, comparando-se os valores das amplitudes obtidas pela decomposição com os valores verdadeiros conhecidos previamente, pode-se observar que um diagnóstico magnético possuindo 16 bobinas é capaz de fornecer resultados muito mais precisos quando comparado a outro que possua apenas 10 bobinas. Desta maneira, a resolução poloidal das medidas do perfil do campo magnético desempenha papel muito importante na precisão das amplitudes dos modos de oscilação calculados. Foi observado ainda que os modos de menor valor puderam ser determinados com maior precisão, sendo que os modos  $m = 0, 1, 2$  e  $3$  foram obtidos com precisão quase absoluta quando simulou-se medidas do campo pelo sistema de diagnóstico composto por 16 bobinas.

Quanto a utilização de um diagnóstico inadequado, ou seja, que não considera os efeitos da geometria toroidal do tokamak, observou-se que as informações obtidas podem apresentar um cenário irreal para a composição dos modos do sinal estudado, conforme se depreende da observação das figuras 18 e 19.

Pode-se concluir desta análise que a utilização de uma geometria toroidal no projeto e construção do diagnóstico de Mirnov é um imperativo para que se minimize as distorções nos resultados, as quais podem alterar significativamente as interpretações dos fenômenos físicos observados ao longo dos pulsos de plasma.

## 7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) Araújo, M. S. T.; "Investigação da Atuação de Campos Helicoidais Ressonantes na Ativação/Inibição das Oscilações MHD no TBR-1", Dissertação de Mestrado, IFUSP, 1991.
- 2) Daniels, R. W.; "An Introduction to Numerical Methods and Optimization Techniques", Editora North-Holland, 1978.
- 3) Kucinsky, M. Y.; Caldas, I. L.; Monteiro, L. H. A.; Okano, V.; "Toroidal Plasma Equilibrium With Arbitrary Current Distribution", Publicação IFUSP/P-818, 1990.
- 4) Okano, V.; "Campos Ressonantes Helicoidais em Tokamaks", Dissertação de Mestrado, IFUSP, 1990.
- 5) Araújo, M. S. T.; "Construção dos Anéis do Limitador Ergódico Magnético do Tokamak TBR-1", Publicação IFUSP/P-1055, Junho de 1993.
- 6) Araújo, M. S. T.; "Reconfiguração do Sistema de Malhas do Campo Helicoidal Ressonante do Tokamak TBR-1", Publicação IFUSP/P-1056, Junho de 1993.

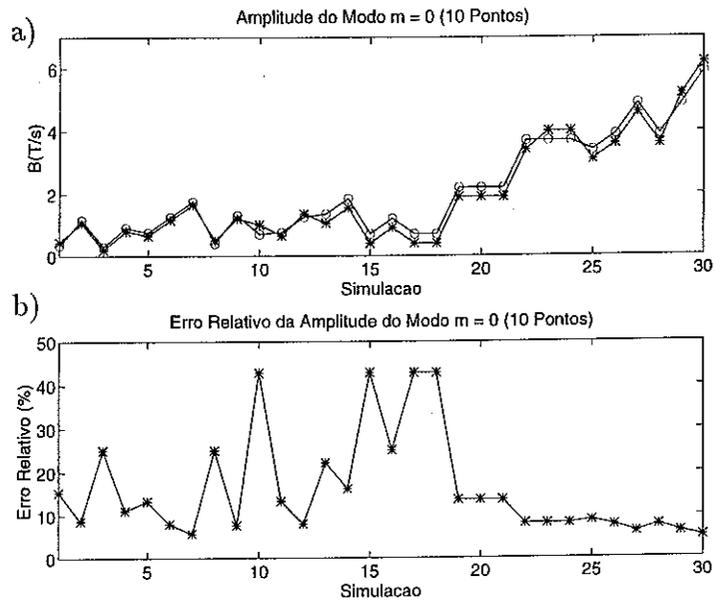


Fig. 1 - Amplitude do modo  $m = 0$  a) e respectivo erro relativo b).

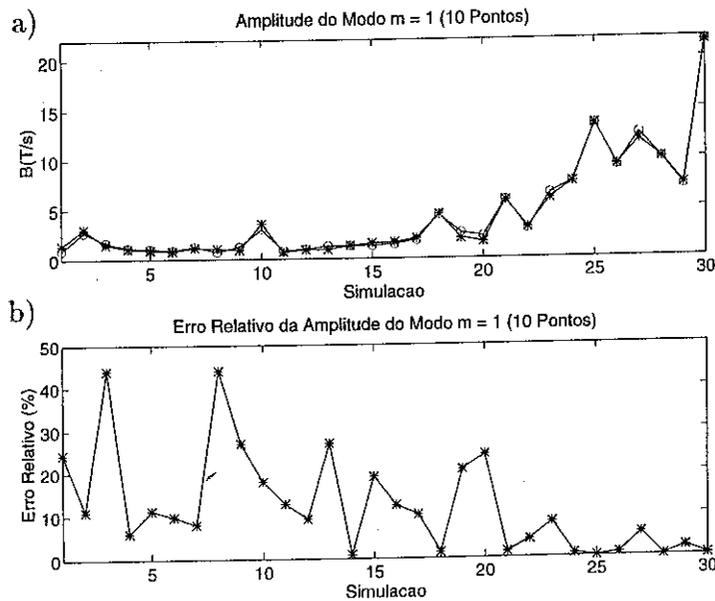


Fig. 2 - Amplitude do modo  $m = 1$  a) e respectivo erro relativo b).

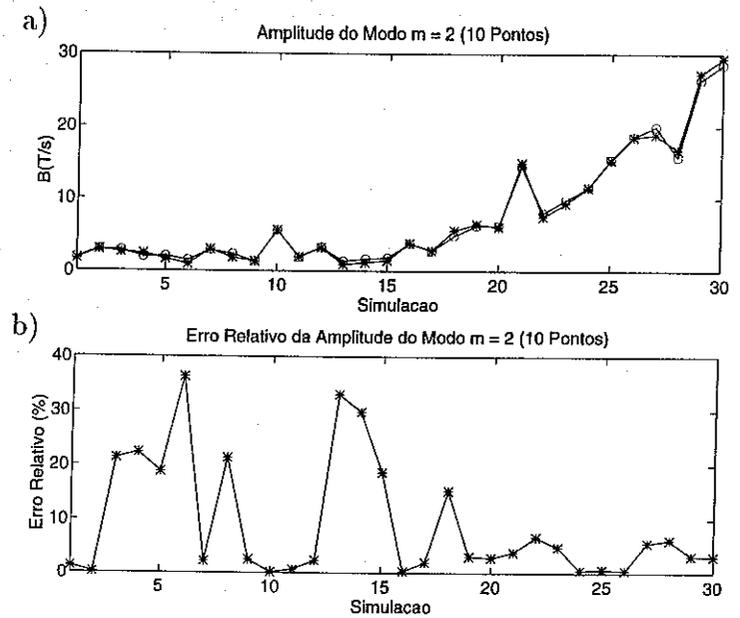


Fig. 3 - Amplitude do modo  $m = 2$  a) e respectivo erro relativo b).

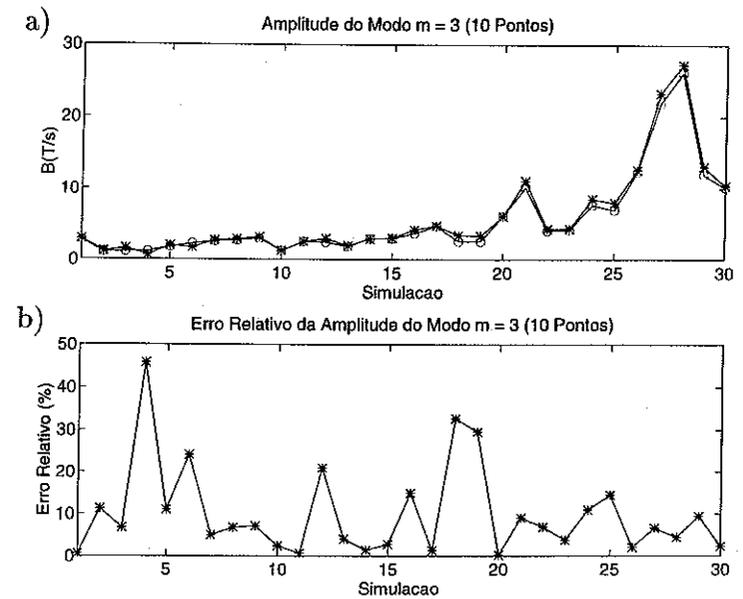


Fig. 4 - Amplitude do modo  $m = 3$  a) e respectivo erro relativo b).

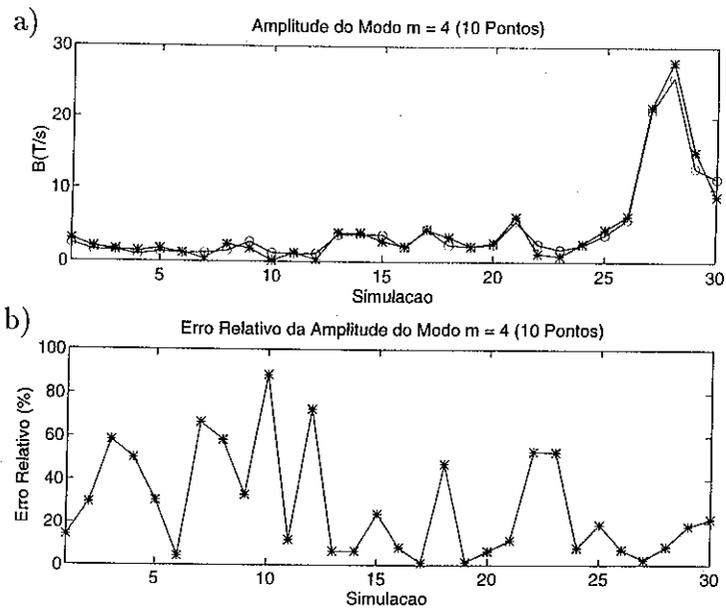


Fig. 5 - Amplitude do modo  $m = 4$  a) e respectivo erro relativo b).

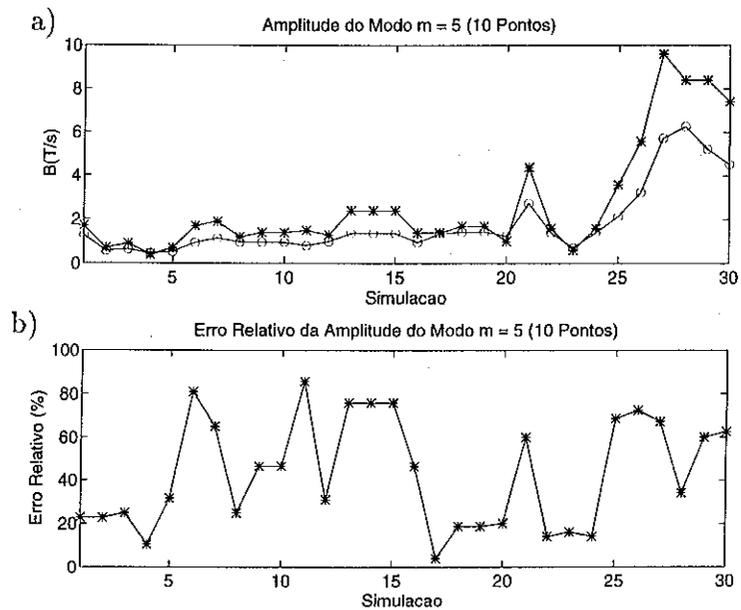


Fig. 6 - Amplitude do modo  $m = 5$  a) e respectivo erro relativo b).

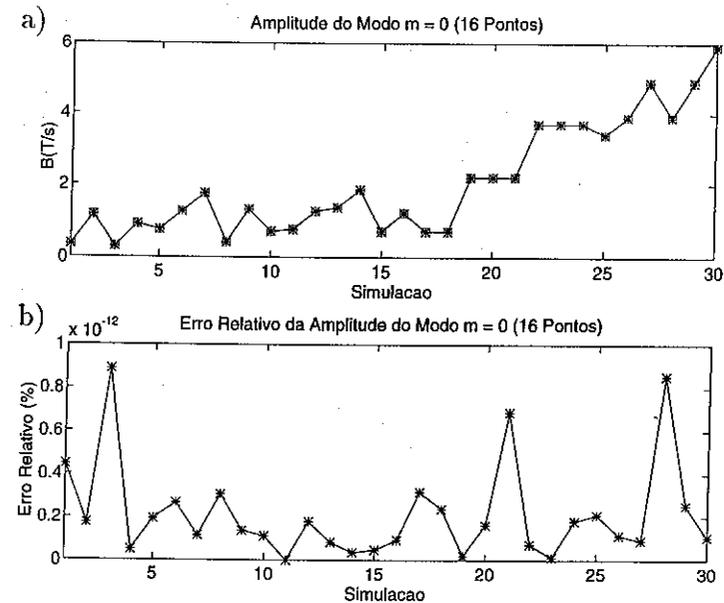


Fig. 7 - Amplitude do modo  $m = 0$  a) e respectivo erro relativo b).

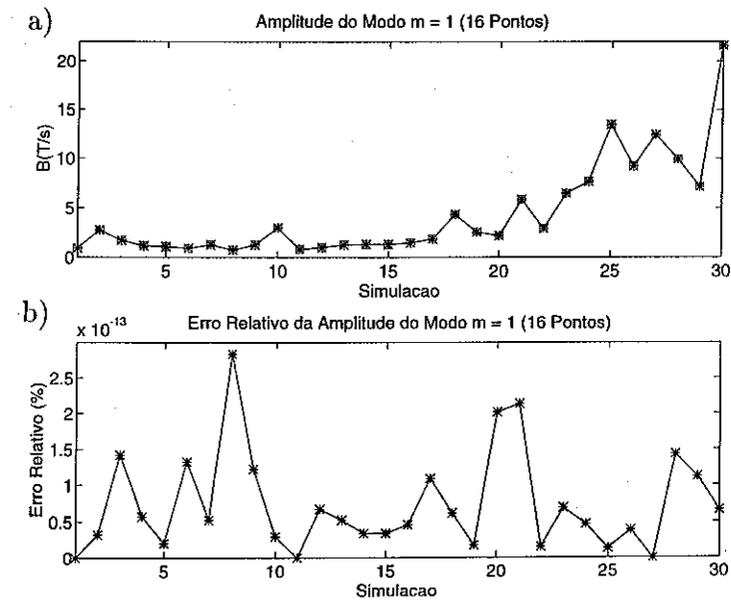


Fig. 8 - Amplitude do modo  $m = 1$  a) e respectivo erro relativo b).

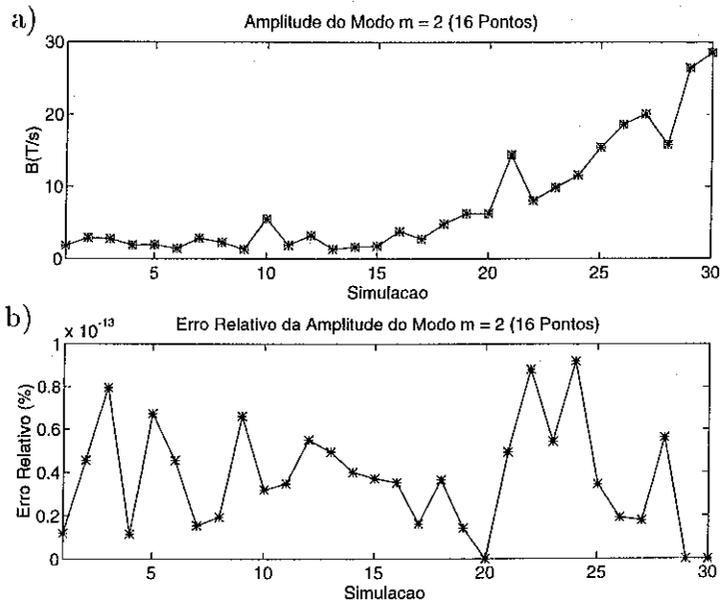


Fig. 9 - Amplitude do modo  $m = 2$  a) e respectivo erro relativo b).

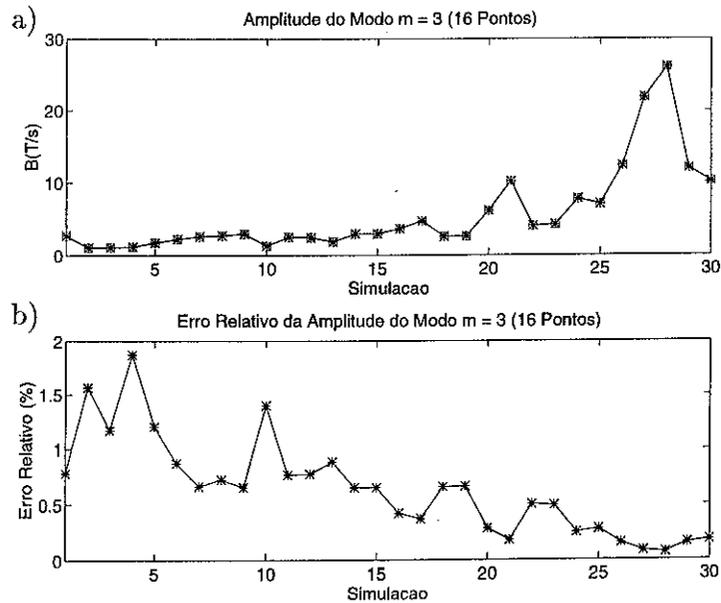


Fig. 10 - Amplitude do modo  $m = 3$  a) e respectivo erro relativo b).

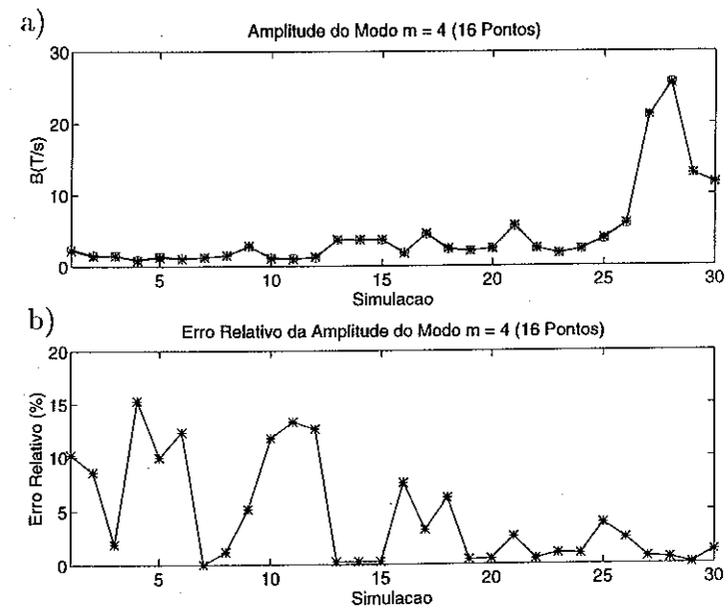


Fig. 11 - Amplitude do modo  $m = 4$  a) e respectivo erro relativo b).

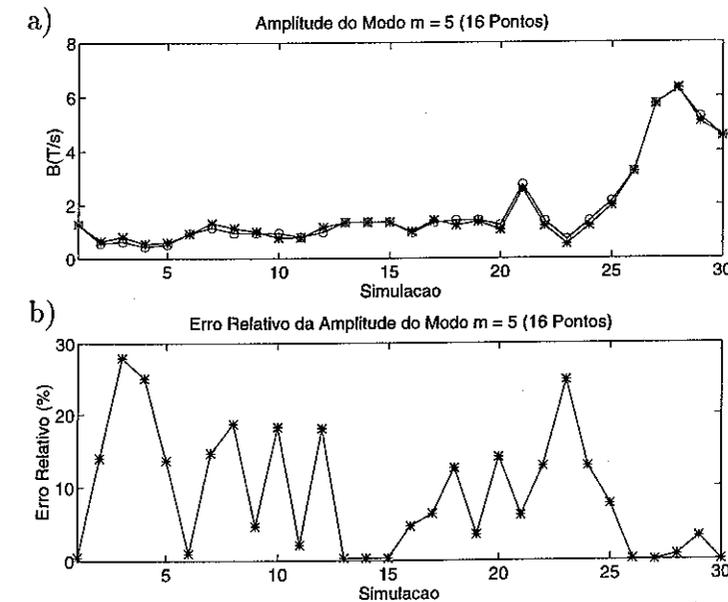


Fig. 12 - Amplitude do modo  $m = 5$  a) e respectivo erro relativo b).

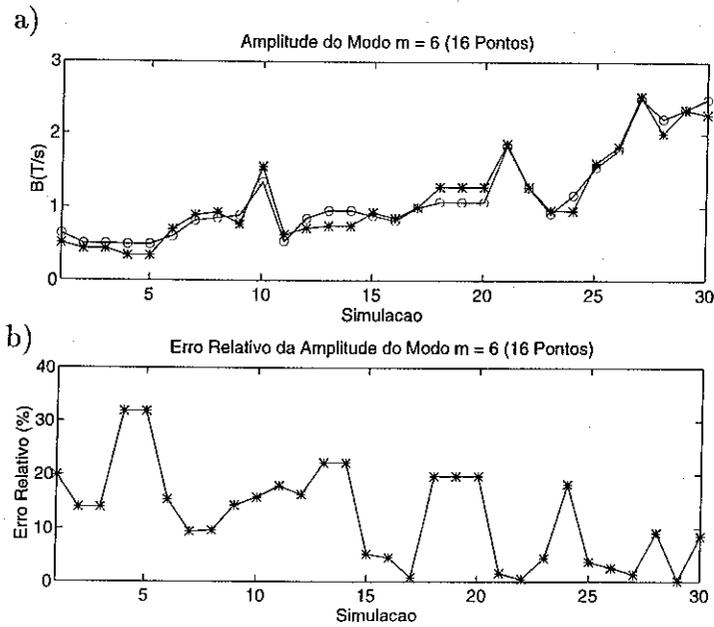


Fig. 13 - Amplitude do modo  $m = 6$  a) e respectivo erro relativo b).

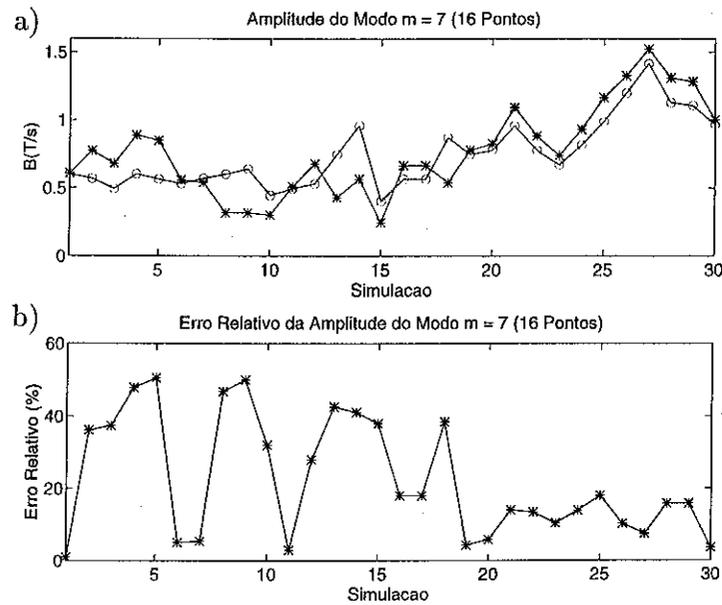


Fig. 14 - Amplitude do modo  $m = 7$  a) e respectivo erro relativo b).

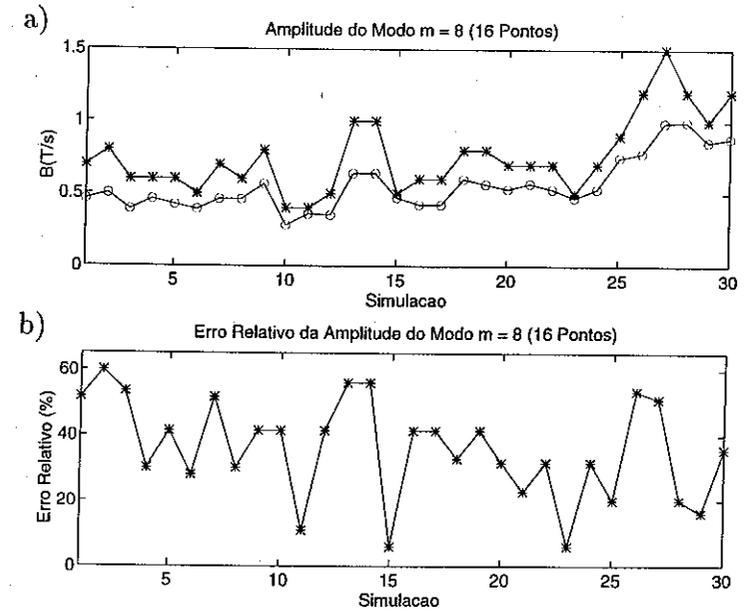


Fig. 15 - Amplitude do modo  $m = 8$  a) e respectivo erro relativo b).

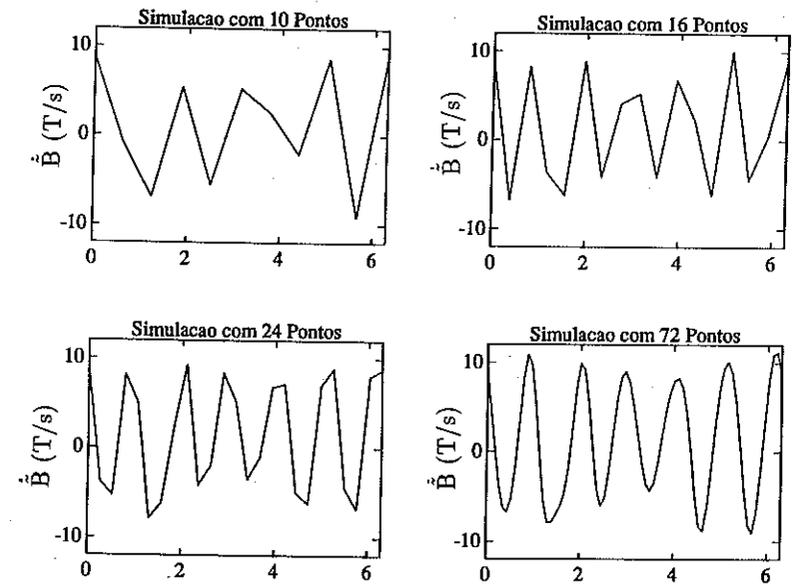


Fig. 16 - Perfil poloidal de sinal onde predomina a componente  $m = 6$  medido em 10, 16, 24 e 72 posições angulares.

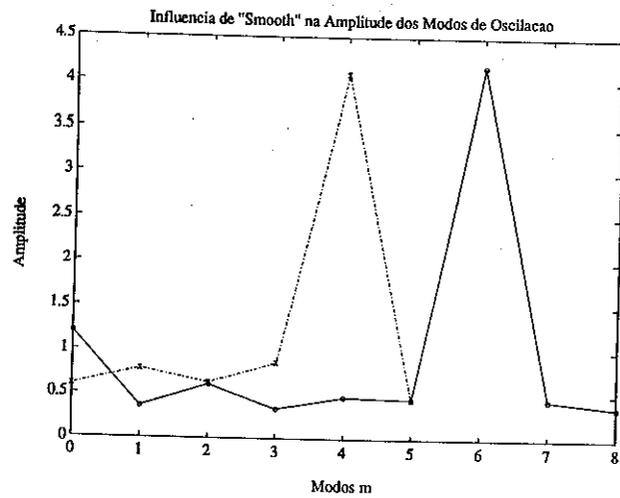


Fig. 17 - Amplitude dos modos após decomposição indicando ocorrência de "Smooth" decorrente da falta de resolução poloidal.

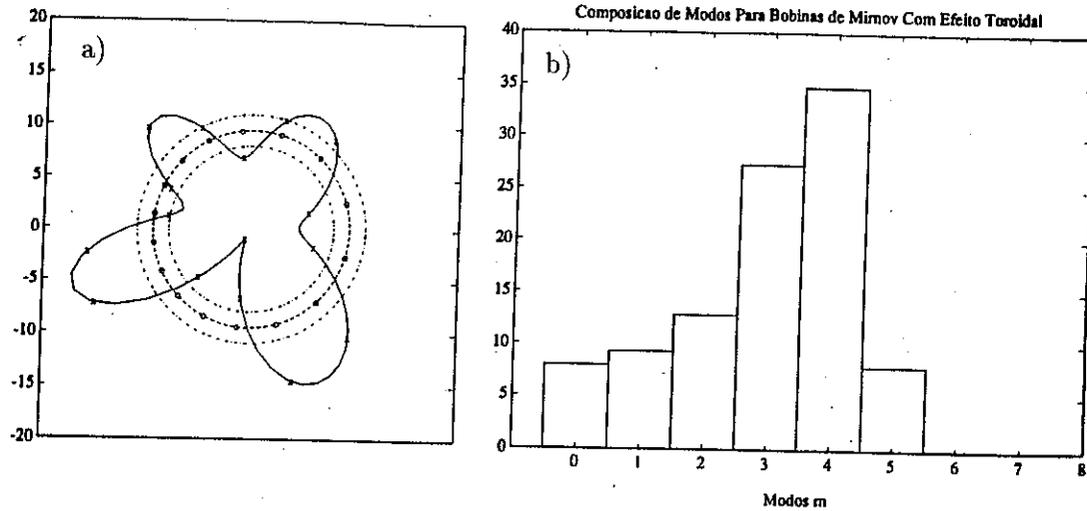


Fig. 18 - a) Perfil poloidal de um sinal medido em posições angulares calculadas utilizando-se efeitos toroidais. b) Composição de modos indicando predominância da componente  $m = 4$ .

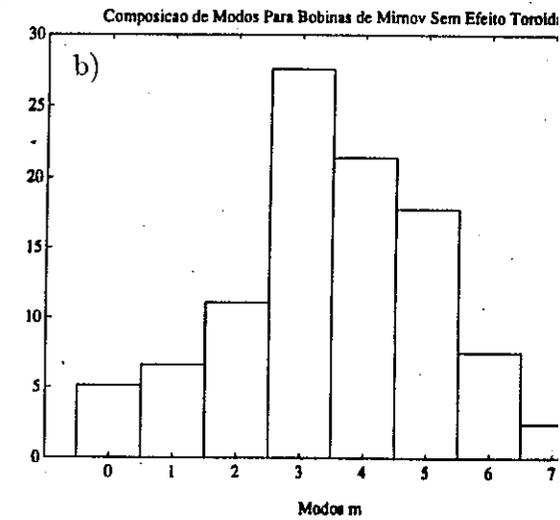
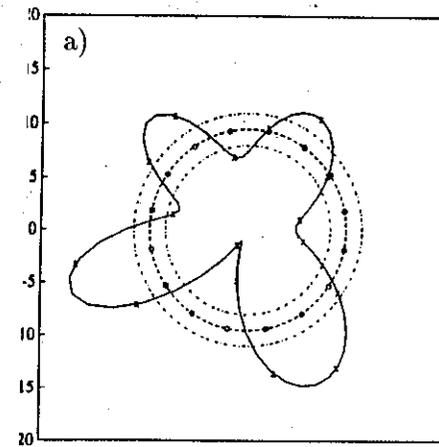


Fig. 19 - a) O mesmo perfil poloidal medido em posições angulares calculadas utilizando-se um modelo cilíndrico. b) Composição de modos indicando mudanças significativas no espectro de modos.