



Instituto de Física

Universidade de São Paulo

Diodos e Triodos-Válvulas, Diodos Semicondutores, Fotocélulas e Transistores.

*Instituto de Física, Universidade de São Paulo, CP 66.318
05315-970, São Paulo, SP, Brasil*

Mauro Sérgio Dorsa Cattani

**Publicação IF 168
31/03/2015**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Física
Cidade Universitária
Caixa Postal 66.318
05315-970 - São Paulo - Brasil

Diodos e Triodos-Válvulas, Diodos Semicondutores, Fotocélulas e Transistores.

M.Cattani

Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil

mcattani@if.usp.br

Resumo. Este artigo foi escrito para alunos de graduação de Física e Engenharia. Mostramos as semelhanças entre os princípios básicos de funcionamento de dispositivos eletrônicos modernos tais como diodos semicondutores, transistores e fotocélulas e as válvulas eletrônicas ou termo-iônicas construídas há mais de um século conhecidas como diodos e tríodos de alto vácuo.

Key words: thermionic tubes; semiconductors diodes; transistors.

(I) Introdução.

Durante as aulas para alunos de graduação de Física e Engenharia sobre dispositivos eletrônicos modernos ⁽¹⁻⁵⁾ tais como **diodos semicondutores (DS)**, **fotocélulas (FC)** e **transistores (T)** notei que os alunos não sabem que os princípios básicos de funcionamento desses dispositivos são muito parecidos com os usados a mais de um século em aparelhos macroscópicos denominados **válvulas eletrônicas** ou **termo-iônicas**. Assim, nosso objetivo é somente mostrar que os princípios básicos de funcionamento dos **diodos de alto vácuo (DAV)** e dos **tríodos de alto vácuo (TAV)** são semelhantes, respectivamente, aos dos **diodos semicondutores (DS)** e aos dos **transistores (T)**. Assim, analisaremos sem entrar em detalhes propriedades dos semicondutores ⁽²⁻⁷⁾ que são estritamente necessárias para ressaltar essas semelhanças. Primeiro vamos ver como funcionam os aparelhos antigos e depois os modernos. Assim nos Capítulos 1 e 2, seguindo os livros do Sears & Zemansky⁽¹⁾ estudamos as **válvulas eletrônicas** conhecidas como **diodo e tríodo de alto vácuo**". No Cap. 3 mostramos brevemente o que são semicondutores intrínsecos e extrínsecos (ou "**dopados**"). No Cap.4 vemos como a junção de dois tipos de semicondutores dopados forma um **DS** que apresenta um comportamento semelhante a um **DAV** que tem múltiplas aplicações como, por exemplo, funcionar como **FC**. Para um estudo mais detalhado em nível de graduação sugerimos a leitura sobre **semicondutores e DS** apresentado na referência 5. No Cap.5 analisamos os **transistores (T)** que são formados com a junção de diodos semicondutores e de que modo eles são semelhantes aos **TAV**.

(1) Diodo de Alto Vácuo (DAV).

(1.a) Efeito Termiônico e Diodo de Alto Vácuo.

No curso de Física Moderna⁽¹⁻⁵⁾ vimos que nos metais sólidos temos elétrons “quase livres” que formam um “mar de elétrons” responsáveis pela condução elétrica. As suas energias cinéticas obedecem a uma distribuição estatística de Fermi-Dirac. Poder-se-ia pensar que um elétron que se aproximasse da superfície do condutor pudesse escapar do material. Ocasionalmente ele consegue se tiver energia cinética suficiente para superar o potencial atrativo de superfície que existe no metal. A energia cinética mínima que um elétron precisa ter para escapar é uma característica do material, e para a maioria dos metais é da ordem de alguns eV. Essa energia cinética mínima é denominada de “função trabalho” = Φ do material.⁽²⁾ Na referência 4, por exemplo, há uma tabela com valores de Φ para alguns condutores. Por exemplo, para o Alumínio $\Phi = 4.08$ eV, para o Ferro $\Phi = 4.50$ eV e para o tungstênio $\Phi = 4.52$ eV. Nos primórdios do século 20, O.W. Richardson⁽³⁾ verificou que para temperaturas muito baixas muito poucos elétrons tem tal quantidade de energia, mas, a medida que a temperatura se eleva a energia dos elétrons aumenta, e o número deles que escapa cresce rapidamente. Esse fenômeno que foi descoberto por Richardson (prêmio Nobel de Física de 1928) é denominado “Efeito Termoiônico.”⁽¹⁻⁵⁾

A emissão de elétrons da superfície de um condutor metálico isolado torna esse condutor positivamente eletrizado. Assim, os elétrons que escapam são atraídos pelo condutor formando uma “nuvem” de carga positiva (“carga espacial”) junto da superfície do mesmo. Se um segundo condutor, mantido a um potencial mais elevado, estiver nas proximidades do emissor de elétrons, a nuvem de elétrons será atraída por ele, e, enquanto se mantiver a ddp entre esses dois condutores, haverá um deslocamento contínuo de elétrons do emissor (“catodo” = **K**) para o outro condutor (“anodo” ou “placa” = **P**). Encerrando o **K** e a **P**, por exemplo, em um bulbo de vidro no qual se fez vácuo temos um dispositivo chamado de válvula eletrônica ou “diodo de alto vácuo” (**DAV**). Na Fig.1 há um esquema onde aparece um diodo e um circuito elétrico a ele associado.

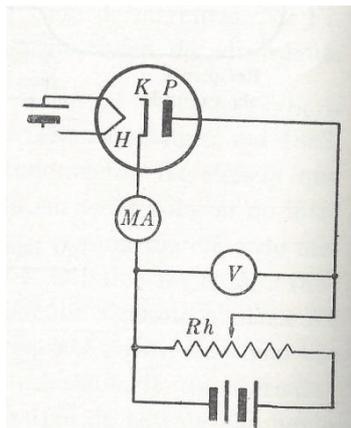


Figura (1.1). Circuito mostrando um **DAV**: o catodo é indicado por **K**, a placa por **P** e **H** o circuito de aquecimento do catodo.

Quando a ddp (V_p) entre a placa (**P**) e o catodo (**K**) é pequena (alguns volts), apenas alguns dos elétrons emitidos pelo **K** atingem **P**; a maioria deles penetra na nuvem de cargas e volta para **K**. A medida que V_p aumenta, o número de elétrons atraídos pela placa aumenta; quando V_p é bastante alta (\sim centenas de volts) todos os

elétrons chegam a P. Qualquer aumento posterior de V_p não conseguirá aumentar a corrente de placa I_p que atinge o valor de “saturação” I_s .

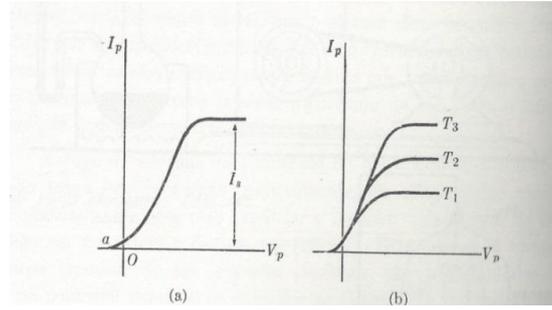


Figura (1.2).(a) Gráfico da corrente de placa I_p em função de V_p . (b) Curvas de corrente de placa para três temperaturas do catodo, $T_3 > T_2 > T_1$.

Nota-se na Fig.(1.2a) que I_p não é nula mesmo quando $V_p = 0$, o que é devido ao fato de os elétrons abandonarem K com uma certa velocidade inicial, e os mais velozes conseguem atravessar a carga espacial e atingirem a placa mesmo na ausência de um campo acelerador. Verificamos que para anular a I_p é necessário aplicar um campo retardador; aproveita-se esse fato para medir as velocidades de emissão. Se esse potencial tornar-se ainda mais negativo, a corrente de placa permanecerá nula. Todos os elétrons emitidos por K a ele voltam devido ao campo entre K e P, e não haverá elétrons que se dirijam de P para K, isso porque P não está aquecida. Assim, o diodo é, portanto, uma “válvula” que só permite a passagem de elétrons somente num sentido, ou seja, de $K \rightarrow P$, tal como numa válvula hidráulica que deixa fluir água só num sentido. Uma das aplicações do diodo é de retificar uma corrente alternada. ^(1,3,4)

Na Fig.2(b) vemos que a corrente de saturação I_s aumenta com o aumento de temperatura do catodo, $T_3 > T_2 > T_1$. Este comportamento foi explicado assumindo que os “elétrons livres” do material emissor obedecem a uma distribuição de energia de Fermi-Dirac. A equação, conhecida como equação de Richardson-Dushman, que relaciona a corrente de saturação e a temperatura é dada por: ⁽¹⁻⁵⁾ (vide Apêndice A),

$$J_s = \lambda_R A T^2 \exp(-\Phi/k_B T) \quad (1.1),$$

onde J_s é densidade de corrente de saturação I_s na superfície do K, onde λ_R é um parâmetro corretivo que depende especificamente do material, tipicamente da ordem de 0.5, A é uma constante universal $A = 4\pi m^2 k_B^2 / h^3$, e m são, respectivamente, a carga e a massa do elétron, $h =$ constante de Planck, $k_B =$ constante de Boltzmann, T a temperatura do catodo medida em graus Kelvin, Φ é a “função trabalho” definida por, $\Phi = W - \epsilon_m$, $W =$ energia potencial atrativa da superfície emissora e $\epsilon_m =$ energia cinética máxima de um “elétron livre” a uma temperatura T . Numa aproximação muito boa podemos por $\epsilon_m \approx \epsilon_F$ onde ϵ_F é energia de Fermi $\epsilon_F = (h^2/2m)(3n/\pi)^{2/3}$, $n =$ densidade de elétrons livres. Para o tungstênio puro $\Phi = 4,52$ eV e o potencial de superfície $W = 13,5$ eV. O fator W de uma superfície reduz-se consideravelmente pela presença de impurezas. Como diminuindo-se W aumenta-se a densidade de corrente para uma dada temperatura a maior parte das válvulas eletrônicas têm catodos compostos. A densidade de corrente de saturação J_s em função da tensão mínima V_{min} entre K e P e a distância d entre K e P é dada pela equação de Langmuir-Child (vide Apêndice B):

$$J_s = (4\epsilon_0/9)(2e/m) (V_{min}^{3/2}/d^2) \quad (1.2).$$

(1.b) *Fotocélula (FC).*

O dispositivo antigo que foi denominado de “fotocélula” construído por Hallwachs⁽¹⁾ na década de 1890 é esquematicamente descrito do seguinte modo. No interior de um tubo em que se fez alto vácuo são colocadas duas placas: uma com superfície fotossensível *S* que absorve luz incidente e que emite elétrons por efeito fotoelétrico e a outra *C* que coleta esses elétrons. O emissor e o coletor são submetidos a uma diferença de potencial, conforme circuito elétrico visto na Fig.(1.3). A corrente gerada pelo dispositivo é medida pelo galvanômetro *G*. Medindo-se a corrente pode-se determinar a intensidade da luz incidente em *S* mediante uma conveniente calibração. Essa corrente pode ser aumentada de 5 a 10 vezes introduzindo-se na ampola da fotocélula uma pequena quantidade de gás. Os elétrons ionizam o gás e a corrente aumenta.

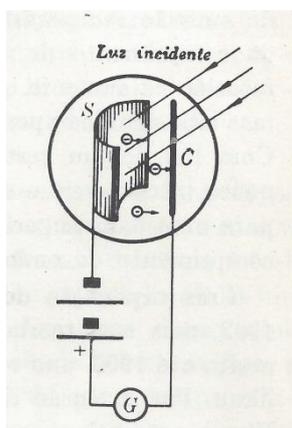


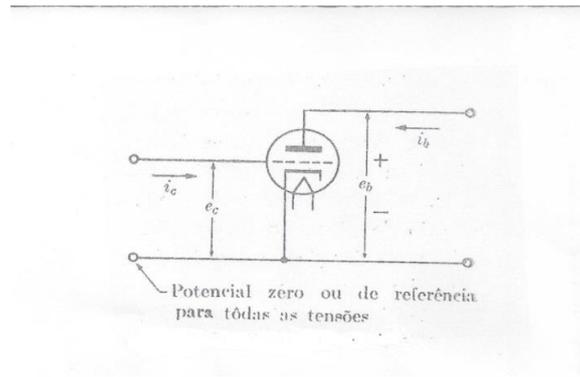
Figura (1.3). Circuito com fotocélula, bateria e galvanômetro.

(1.c) *Célula Fotovoltaica.*

Diferindo da célula fotoelétrica que requer a aplicação de uma f.e.m. externa, a célula fotovoltaica gera sua própria f.e.m. Em um dos tipos dessa célula uma fina camada de óxido cuproso (Cu_2O) era depositada sobre um disco de cobre metálico. A luz incidindo sobre o óxido de cobre penetra-o, e dele ejeta fotoelétrons que vão para o cobre metálico, ficando o óxido positivamente carregado, e o cobre negativamente.

(2) *Triodo de Alto Vácuo (TAV).*

Em 1907, Lee de Forest⁽¹⁾ descobriu que se um terceiro eletrodo, denominado de “grade”, fosse intercalado entre o catodo (*K*) e a placa (*P*) de um diodo, o potencial desse eletrodo exerceria sobre a corrente de placa uma ação de controle muito maior que a do próprio potencial de placa. A grade em geral é uma malha de fio muito fino, que permite a passagem dos elétrons por suas aberturas. Vide Figura (2.1).



e_c = tensão total instantânea entre grade e catodo.

e_b = tensão total instantânea entre placa e catodo.

i_c = corrente total instantânea através do circuito externo e que se dirige à grade.

i_b = corrente total instantânea através do circuito externo e que se dirige à placa e vai para o catodo..

Figura (2.1). Esquema mostrando um triodo e os dois sentidos positivos, escolhidos arbitrariamente, para as correntes e tensões no triodo.

Com pequenas variações no potencial de grade e_c são criadas variações relativamente grandes na corrente de placa i_b , mostrando que a válvula de três eletrodos ou “triodo” poderia ser empregada como “*amplificadora*”. Como uma variação de e_c há uma variação de i_c poderíamos escrever

$$i_b = \beta i_c \quad (2.1),$$

onde β é um fator de “*amplificação*” ou “ganho de corrente”.

As correntes dos diversos eletrodos não podem ser representadas por funções matemáticas simples; são, em geral, expressas por meio de gráficos. Em particular, a corrente de um eletrodo qualquer, quase sempre é uma função não-linear do potencial desse eletrodo. O triodo não obedece, portanto, a uma lei de Ohm; é um elemento não-linear do circuito.⁽¹⁾ Na Fig.(2.2)⁽¹⁾ vemos a *corrente de placa* i_b em função da *tensão*

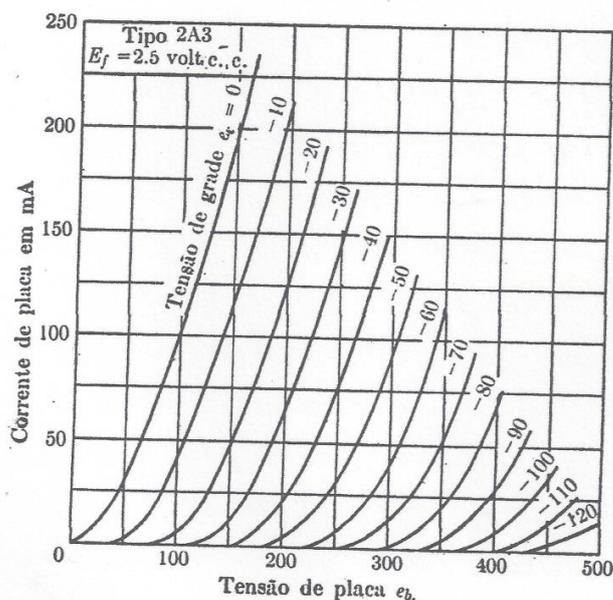


Figura (2.2). Corrente de placa i_b em função da tensão de placa e_b e da tensão de grade e_c .

de placa e_b e da tensão de grade e_e , ambos medidos em relação ao catodo (triodo Tipo 2A3). Para um valor constante de e_b vemos que há um amplificação da corrente de placa i_b variando a tensão de grade e_e . Por exemplo, olhando na figura, quando a tensão de placa é mantida constante igual a 250 V, a corrente de placa i_b passa de 75 mA para 150 mA quando a tensão de grade vai de -40 V até -30 V.

(3) Semicondutores.

Note que o objetivo desse artigo é mostrar que os princípios básicos de funcionamento dos **DAV** e dos **TAV** são semelhantes, respectivamente, aos dos diodos semicondutores (**DS**) e aos dos transistores (**T**). Assim, analisaremos, sem entrar em detalhes, somente propriedades dos semicondutores⁽²⁻⁷⁾ que são estritamente necessárias para mostrar essas semelhanças.

Um material é **isolante**⁽²⁻⁵⁾ quando a diferença de energia E_g (“*gap de energia*” ou “*lacuna de energia*”) dos elétrons que estão na *banda de valência* e dos que estão na *banda de condução* é ~ 10 eV. Ele é um **semicondutor**⁽²⁻⁵⁾ quando $E_g \sim$ eV.

(3.a) Semicondutores intrínsecos.

São denominados de **semicondutores intrínsecos**, os condutores sem dopagem, ou seja, constituídos, apenas com átomos do semicondutor-base, como por exemplo, Si, Ge, AsGa, InP, GaP,...Esse tipo de material à temperatura de 0 K é um excelente isolante pois têm a banda de valência completamente preenchida. Para temperaturas diferentes do zero absoluto, os elétrons da banda de valência migram por excitação térmica para a banda de condução. A distribuição de energia ϵ desses elétrons é descrita pela função de Fermi-Dirac dada por

$$F(\epsilon) = \{1 + \exp[(\epsilon - \epsilon_F)/k_B T]\}^{-1} \quad (3.1),$$

onde ϵ_F é a energia de Fermi definida por $F(\epsilon_F) = 0.5$. É oportuno lembrar que para temperatura ambiente temos $k_B T \approx 0.026$ eV, ou seja, $E_g \gg k_B T$.

Usando a distribuição de Fermi-Dirac pode-se estimar a densidade de elétrons na banda de condução de um semicondutor intrínseco ou de um isolante em relação à respectiva densidade em um metal. No caso de um semicondutor à temperatura ambiente e $E_g \sim 1$ eV verifica-se^(4,5) que $n_{\text{metal}} \sim 10^{11} n_{\text{semicondutor}}$. Embora seja uma fração muito pequena o número de elétrons de condução de um semicondutor não é desprezível. No caso do Cu temos $n_{\text{Cu}} = 9 \cdot 10^{28}/\text{m}^3$. Por exemplo, para o Si, Ge e GaAs temos $n_{\text{Si}} = 1.02 \cdot 10^{16}/\text{m}^3$, $n_{\text{Ge}} = 2.33 \cdot 10^{19}/\text{m}^3$ e $n_{\text{GaAs}} = 2.1 \cdot 10^{12}/\text{m}^3$, respectivamente.

Devido a excitação térmica os elétrons de valência ao passarem para a banda de condução geram “buracos positivos” na banda de valência; a densidade de elétrons (n) e densidade de buracos (p) nesses materiais são iguais a uma certa temperatura, sendo designada por densidade de cargas “intrínseca” do material.

(3.b) Semicondutores Dopados ou Extrínsecos

Introduzindo-se um pequeno número de átomos (“impurezas”) na rede de um semicondutor num processo chamado de “dopagem” obtêm-se os “semicondutores dopados” ou “extrínsecos”. Essencialmente todos os atuais dispositivos semicondutores estão baseados nos materiais dopados. Há duas variedades: do “tipo n” e do “tipo p”. Para exemplificar assumiremos que o semicondutor puro é o Si que tem carga central +4e e que as impurezas sejam fósforo (P) que tem valência = +5 e o alumínio (Al) que tem valência = +3. Vide Figura 10 da referência⁽⁴⁾

Semicondutor Tipo n.

Obtemos o tipo n quando implantamos na rede átomos que cedem ou *doam* elétrons para a banda de valência.⁽²⁻⁷⁾ Esses átomos são chamados de “doadores”. No caso da implantação do P cada átomo cede um elétron para a rede que fica ligado fracamente ao íon doador, pois ele não está envolvido em ligações covalentes com os íons vizinhos.⁽⁴⁾ Estes elétrons ocupam um nível de energia (E_d) muito próximo do nível mais baixo da banda de condução (E_c), com $E_c - E_d \sim 0.01$ eV. Como a energia térmica média a temperatura ambiente é $k_B T \sim 0.025$ eV é mais fácil esses elétrons serem termicamente excitados para a banda de condução do que excitar elétrons de valência do Si. Aumentando a densidade desses elétrons de valência haverá um aumento dos elétrons na banda de condução. Façamos, por exemplo, uma estimativa da porcentagem de átomos de fósforo (P) que devemos implantar numa rede de silício puro^(4,5) para que a densidade de elétrons na banda de condução aumente de um fator 10^6 . Ora, como a densidade de átomos de Si é igual a $N_{Si} = 5 \cdot 10^{28}/m^3$ ⁽⁴⁾ e $n_{Si} \sim 10^{16}/m^3$ e que se cada átomo de P contribui com um elétron para a banda condução a dopagem deve gerar $n_p \sim 10^{22}$. Desse modo, $N_{Si}/n_p = 5 \cdot 10^{28}/10^{22} \sim 10^6$, ou seja, somente um átomo de Si em 5 milhões deve ser substituído por um átomo de P. Note que apesar da densidade de elétrons de condução ter aumentado muito devido a dopagem ela ainda é muito pequena comparada com a densidade do Cu, $n_{Cu} \sim 10^{29}/m^3$.

No semicondutor do tipo n os elétrons são os “portadores majoritários” de carga e os buracos são os “minoritários”.

Semicondutor Tipo p.

Neste caso as impurezas que são implantadas “roubam” elétrons de valência da rede de átomos do semicondutor intrínseco. Elas criam “buracos” na banda de valência que funcionam como cargas positivas que podem se movimentar livremente através do cristal. Um átomo de Al implantado rouba um elétron de um átomo de Si vizinho. Esse elétron vai ocupar um nível de energia (E_a) muito próximo do nível máximo de energia (E_v) dos elétrons de valência, ou seja, $E_a - E_v \sim 0.01$ eV. Diminuindo o número de elétrons de valência diminui conseqüentemente a densidade de elétrons na banda de condução. Assim, no semicondutor tipo p os buracos são os “portadores majoritários” de carga e os elétrons os “minoritários”. O átomo de Al é denominado de “aceitador”.

(3.c) Condutividade Elétrica.

Definindo a mobilidade dos elétrons como μ_e e a mobilidade dos buracos como μ_b a condutividade elétrica σ em um semicondutor é dada por $\sigma = q(n \mu_e + n_b \mu_b)$, onde q é o módulo da carga do elétron, n e n_b são as densidades de elétrons e buracos, respectivamente

(4) Diodos Semicondutores (DS).

Vejamos o que acontece quando um semiconductor do tipo p for “soldado” a um semiconductor do tipo n. Separadamente as partes p e n são eletricamente neutras (fig.4.1a). Quando p e n estão em contato os elétrons livres de n atraídos pelos buracos de p se difundem de $n \rightarrow p$ e passam a ocupar um dos muitos buracos ali existentes (vide Fig.(4.1b)) deixando atrás de si íons positivos fixos (“buracos”) em n. Em contrapartida os muitos buracos na região p se difundem de $p \rightarrow n$. Ao atingir a região n um buraco se recombina com um elétron. Surgem correntes de difusão de cargas de $n \rightarrow p$ e de $p \rightarrow n$, também denominadas de “correntes de recombinação”, i_{pr} e i_{nr} , respectivamente. Após um tempo muito curto, no equilíbrio quando $|i_{pr}| = |i_{nr}|$, a difusão termina aparecendo uma carga espacial (“nuvem”) de íons positivos e negativos numa região pequena de dimensão $d_0 \sim 1 \mu\text{m}$, denominada de “região de depleção” (Fig.(4.1b)) esvaziada de cargas móveis. A nuvem é sede de um campo elétrico intenso E da ordem de $\sim 10^4$ a 10^6 V/cm da esquerda para a direita, ou seja, há uma diferença de potencial de contato $V(x) \sim 0.1$ V estabelecida através da junção (Fig.(4.1c)). Assim, em equilíbrio, uma junção p-n, deixada em repouso numa prateleira, desenvolve uma diferença de potencial V_0 entre as suas extremidades. Note que a voltagem é V_0 é positiva do lado n. A nuvem de cargas gera na junção uma diferença de potencial de contato V_0 que impede a passagem de elétrons de $n \rightarrow p$, ou seja, o prosseguimento de buracos de $p \rightarrow n$.

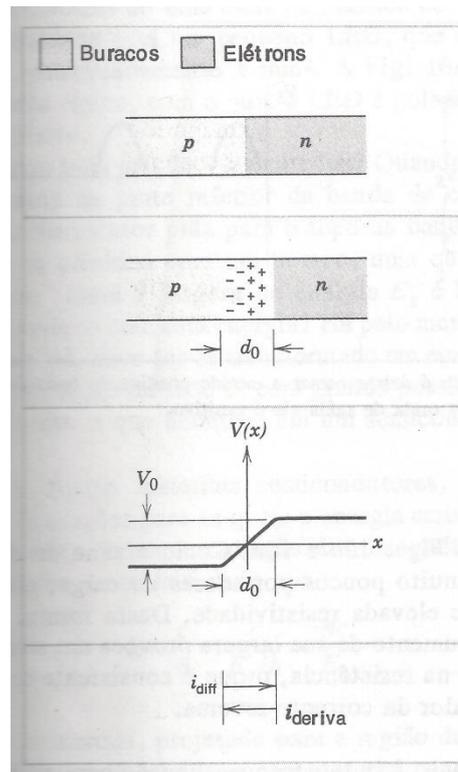


Figura (4.1).⁽⁴⁾ (a) Junção p-n no instante inicial. (b) Difusão dos elétrons gerando carga espacial numa região d_0 . (c) Diferença de potencial V_0 criada pela nuvem de cargas. (d) No equilíbrio, a difusão (i_{deriva}) dos elétrons é balanceada pela difusão dos buracos no sentido oposto (i_{diff}).

Na Fig.(4.2a)^(1c) mostramos a corrente efetiva $I(V)$ que é observada quando uma junção p-n é conectada a um circuito onde fazemos variar a diferença de potencial $V_p - V_n = V$ através da junção.

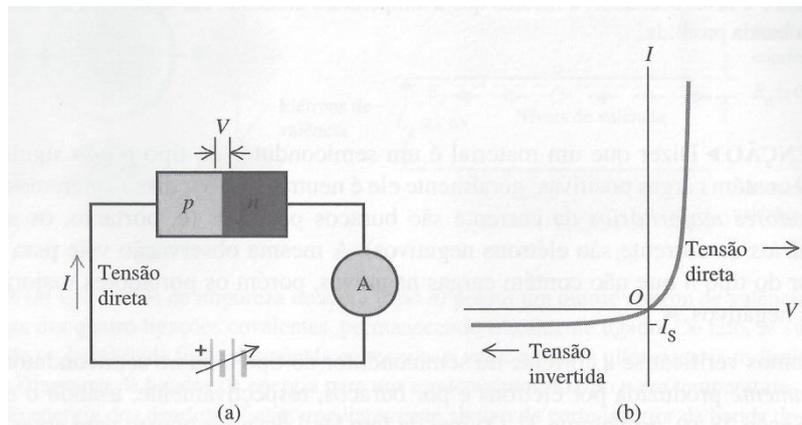


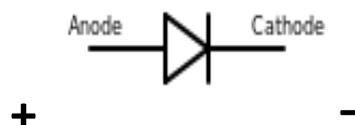
Figura (4.2).^(1c) (a) Junção p-n conectada a um circuito. (b) Gráfico mostrando a corrente $I(V)$ em função de V descrita pela Eq.(4.1).

A corrente $I(V) = I_{ntotal} + I_{ptotal}$, mostrada na Fig.(4.2b), é descrita essencialmente pela equação de Shockley⁽⁸⁾

$$I(V) = I_s [\exp(qV/k_B T) - 1] \quad (4.1),$$

que vale tanto para valores de V positivos (“tensão direta”) como de V negativos (“tensão invertida”). Para valores negativos a junção p-n não deveria conduzir corrente, mas, devido a um efeito térmico se formam pares elétron-buraco em ambos os lados da junção produzindo uma pequena corrente $\sim 1\mu A$ denominada de “**corrente inversa de saturação**” I_s . Ela é atingida rapidamente com a aplicação de pequenas tensões negativas conforme Fig.(4.2b). A Eq.(4.1) vale somente até uma tensão negativa máxima V_r denominada de “**tensão de ruptura**”. Para valores $|V| > |V_r|$ ocorre o “**efeito avalanche**” aparecendo correntes negativas que crescem abruptamente.⁽⁵⁻⁸⁾ Para tensões positivas a corrente cresce sempre até atingir um valor máximo I_{max} que pode ser conduzida pelo diodo sem fundir-se pelo efeito Joule.

Pela Fig.(4.2b) vemos que o diodo é um componente elétrico que permite que a corrente atravesse-o num sentido com muito mais facilidade do que no outro sentido. Esse dispositivo que deixa passar corrente *quase completamente* num único sentido denomina-se “diodo-retificador”, semelhante ao “*diodo retificador a alto vácuo*” (vide Cap.1). O fato de deixar passar corrente em apenas uma direção é a característica mais notável da “junção p-n”. O tipo mais comum de diodo é o retificador no entanto, existem outras tecnologias de diodo⁽⁷⁾ tais como o *diodo emissor de luz* e o *fotodiodo* que comentaremos na Seção (4.1). Diodos semicondutores são simbolizados por diagramas esquemáticos do tipo



Diodo semicondutor

O termo "diodo" é habitualmente reservado a dispositivos para sinais baixos, com correntes iguais ou menores a 1mA ⁽⁵⁻⁷⁾ ao contrário do que ocorre no “*diodo retificador a alto vácuo*” onde podemos ter correntes elevadas.

(4.1) Diodo Emissor de Luz (LED).

Um *diodo emissor de luz* conhecido pela sigla LED (“*Light-Emitting Diode*”) é, como o nome sugere, um diodo com junção p-n que emite luz. ⁽⁹⁾ Como vimos, submetendo-se um diodo a uma tensão direta, muitos buracos são arrastados da região p para a fronteira da junção e muitos eletrons são arrastados da região n para a fronteira da junção. Na região da junção os eletrons ocupam os buracos, ou seja, se recombinam. Nesse processo os eletrons podem emitir fons com energias aproximadamente iguais à energia do $E_g \sim 1 \text{ eV}$, ou seja, os comprimentos de onda λ dos fons emitidos podem ser estimados pela equação

$$\lambda = c/v \sim c/(E_g/h) = hc/E_g \tag{4.2}.$$

O LED é representado pelo esquema



Diodo emissor de luz

Os comprimentos de onda da luz emitida variam dependendo dos tipos de substâncias usadas na dopagem ⁽⁹⁾. (vide Tabela 1). A luz é emitida na junção do diodo. Se as extremidades de um cristal de junção forem convenientemente espelhadas a seção do cristal através do plano de junção pode servir como um laser. Tal dispositivo é chamado de “*diodo-laser*”. ⁽⁴⁾

Semicondutor	Cor da luz	Comprimento de onda
Arsenieto de gálio e alumínio	Infravermelha	880 nm
Arsenieto de gálio e alumínio	Vermelha	645 nm
Fosfato de alumínio, índio e gálio	Amarela	595 nm
Fosfato de gálio	Verde	565 nm
Nitreto de gálio	Azul	430 nm

Tabela 4.1. Cor da luz emitida pelo LED dependendo da dopagem do semicondutor.

(4.2) O Efeito Fotovoltaico e o Fotodiodo.

O Efeito Fotovoltaico ^(4,7,10) é o efeito inverso ao do que ocorre no LED: fons incidentes sobre o diodo absorvidos pelo material podem criar pares eletrons-buracos. Os pares que se formam nas vizinhanças da junção p-n podem ser separados pelo campo **E** existente na junção. Esse campo arrasta eletrons para a região n e buracos para região

p. Nesse processo há um acúmulo de energia eletrostática que seria fonte de *fem* e de potência que pode ser transmitida a um circuito externo se esse for conectado a junção p-n. Esse dispositivo, representado pela figura abaixo, é conhecido como “*fotodiodo*” (“*fotocélula*”) ou “*célula solar*”, embora a luz solar não seja necessária. Quaisquer fontes luminosas cujos fótons possuam energias maiores do que a largura da banda proibida (~ 1 eV) podem produzir esse efeito.



Fotodiodo

A fotocélula não armazena energia elétrica. Através da *fem* criada apenas mantém um fluxo de elétrons estabelecidos num circuito elétrico enquanto houver incidência de luz sobre ele. A mesma física básica é usada em dispositivos CCD (“*charge-coupled device*”) ⁽¹¹⁾ empregados em máquinas fotográficas e em aparelhos astronômicos.

(5) Transistor.

O transistor foi descoberto em 1948 por John Bardeen, Walter Brittain e William Shockley. ^(2,4,5) Ele revolucionou, a partir de 1960, completamente o mundo da eletrônica, substituindo os tubos eletrônicos (“válvulas”) nos circuitos elétricos em muitas aplicações. Com o advento do transistor foram criadas indústrias multibilionárias que começaram a produzir, por exemplo, rádios portáteis, calculadoras de bolso, computadores, receptores de televisão e jogos eletrônicos. Os descobridores do transistor receberam o prêmio Nobel de Física de 1956.

O *transistor bipolar* (ou *transistor de junção bipolar*= **TJB**) é o mais importante do ponto de vista histórico e o de utilização mais corrente. O transistor bipolar *pnp*, por exemplo, é constituído por um material semiconductor com uma região *n* muito delgada, embutida entre duas regiões *p* (vide Figura 5.1). Um transistor bipolar do tipo *nnp* tem uma região *p* entre duas regiões *n*. Para a junção funcionar como um transistor essas regiões devem ser dopadas adequadamente. ⁽¹²⁾ Os *nnp* são os mais comuns, basicamente porque nele os elétrons é que se movimentam e a *e* mobilidade eletrônica é muito superior à das lacunas e são mais adequados à produção em massa.

Os materiais semicondutores mais usados no fabrico de transistores são Si, Ge, Ga e alguns óxidos. O Si é mais usado, pois, além de outras vantagens ⁽¹²⁾ possibilita o funcionamento a temperaturas mais elevadas ~ 175 °C quando comparado, por exemplo, com os ~ 75 °C do Ge. Na Fig. (5.1) mostramos o transistor *pnp*. Outros tipos de transistores podem ser vistos, por exemplo, em revistas e artigos de Eletrônica. ⁽¹²⁾

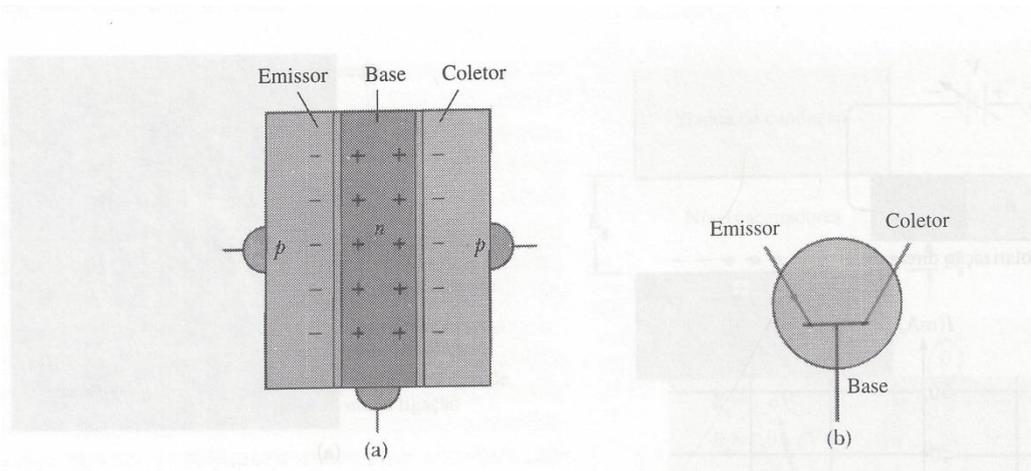
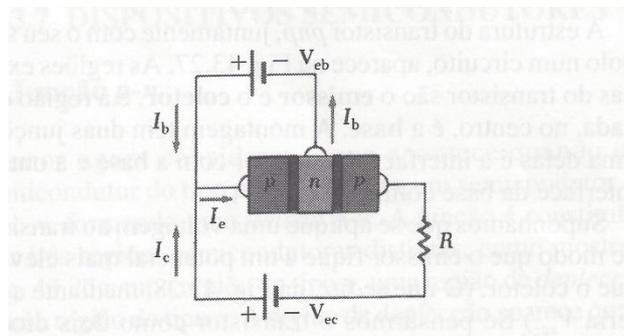


Figura (5.1).(a) Transistor *pnp* formado por uma região *n* (“base”) embutida entre duas regiões *p* (o “emissor” e o “coletor”). (b) Símbolo do transistor *pnp* num circuito.

O transistor bipolar é um dos componentes mais usados na eletrônica. ⁽¹²⁾ Ele é um dispositivo com 3 terminais: é possível usar a tensão entre 2 terminais para controlar o fluxo de corrente no terceiro terminal, obtendo-se assim uma fonte controlável de tensão e corrente. O transistor permite a **amplificação e comutação** de sinais, tendo substituído as válvulas termo-iônicas na maior parte das aplicações.

Na Fig.(5.2) mostramos um circuito *pnp* amplificador de corrente onde uma tensão V_{eb} num circuito externo que gera corrente de *base* I_b é capaz de dar origem a uma corrente de saída I_c (ou corrente *do coletor*) muito alta dada por

$$I_c = \beta I_b \quad (5.1),$$



V_{ec} = tensão total instantânea entre emissor e coletor.

V_{eb} = tensão total instantânea entre emissor e base.

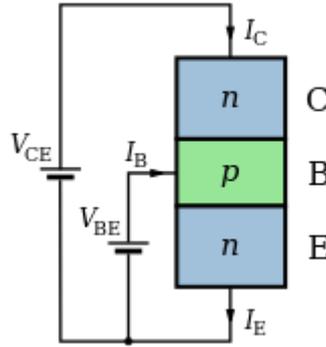
I_c = corrente total instantânea através do circuito externo e que vai do emissor ao coletor .

I_b = corrente total instantânea através do circuito externo e que passa pela base.

Figura (5.2). Circuito com transistor *pnp* amplificador de corrente.

onde β = “ganho de corrente” que está nos casos típicos entre 10 e 100. A Eq.(5.1) é equivalente a Eq.(2.1) válida para o **TAV**. A corrente I_c que passa pelo emissor, base e coletor gera uma alta tensão de saída V_{ec} . No entanto o transistor só permite seu funcionamento com uma tensão V_{eb} entre a base e o emissor acima de 0,7 V para o Si e 0,3 V para o Ge.

Outro esquema ilustrando as tensões e correntes convencionais de um **TJB** é mostrado abaixo,



onde, de acordo com as leis dos *nós* e das *malhas* temos, respectivamente

$$I_E = I_C + I_B \quad \text{e} \quad V_{CB} = V_{CE} - V_{BE}.$$

Apêndice A. Equação de Richardson - Dushman.

Elétrons dentro de um condutor, chegando à superfície do mesmo podem escapar do condutor se tiverem energia cinética térmica suficiente para superar a barreira atrativa Coulombiana criada pelo material. Esse fenômeno é denominado de *Efeito Termoiônico* ou *Emissão Termoiônica*. Para calcular a densidade de corrente de emissão assumiremos que os elétrons de condução do metal obedecem a uma Distribuição de Fermi-Dirac^(1-5,13) a $T = 0$ K. O eixo x de coordenadas é normal à superfície do metal e v_x a velocidade dos elétrons ao longo de x.

Pode-se mostrar^(3,13) que a densidade de elétrons de condução por unidade de volume dN_x com velocidades entre v_x e $v_x + dv_x$ é dado por

$$dN_x = (4\pi m^2 k_B T / h^3) \ln \{ \exp[(\epsilon_F - \epsilon_x) / k_B T + 1] + 1 \} dv_x \quad (\text{A.1}),$$

m = massa do elétron, k_B = constante de Boltzmann, T a temperatura do catodo, $\epsilon_x = mv_x^2/2$ a energia cinética ao longo de x e ϵ_F = energia de Fermi = $(h^2/2m)(3n/\pi)^{2/3}$, n = densidade de elétrons livres. Usando (A.1) e pondo $v_x dv_x = d\epsilon_x/m$ vemos que a densidade de corrente de elétrons (com velocidades no intervalo v_x e $v_x + dv_x$) dJ_x que passa pelo catodo no intervalo de tempo dt é dada por dJ_x ,

$$dJ_x = (4\pi em k_B T / h^3) \ln \{ \exp[(\epsilon_F - \epsilon_x) / k_B T + 1] + 1 \} d\epsilon_x \quad (\text{A.2}).$$

Na superfície^(4,5,13) de um condutor há uma estreita barreira de potencial W = “potencial de superfície” que o elétron deve ultrapassar para poder escapar do material. Como a energia cinética máxima dos elétrons de condução é igual a ϵ_F só podem escapar aqueles que tem energia cinética ϵ_x maior do que $\Phi = W - \epsilon_F$. Assim, a corrente de elétrons I_x que escapa do catodo é dada por

$$J_x = (4\pi\epsilon m k_B T / h^3) \int_W^\infty \ln \{ \exp[(\epsilon_F - \epsilon_x) / k_B T + 1] + 1 \} d\epsilon_x \quad (\text{A.3}).$$

Notemos que W deve ser consideravelmente maior do que ϵ_F , pois para temperaturas ordinárias os elétrons não escapam do metal. Desse modo, no intervalo de integração que vai de W até ∞ , $\Theta = (\epsilon_F - \epsilon_x) / k_B T$ é um número negativo muito grande. Assim, fazendo $\exp[\Theta + 1] \approx \exp[\Theta] \ll 1$ teremos o integrando $\ln \{ \exp[\Theta] + 1 \} \approx \exp[\Theta]$. Portanto,

$$J_x \approx (4\pi\epsilon m k_B T / h^3) \int_W^\infty \exp[(\epsilon_F - \epsilon_x) / k_B T] d\epsilon_x,$$

resultando a **Lei de Richardson-Dushman** para o Efeito Termiônico:

$$J_x = A T^4 \exp(-\Phi / k_B T) \quad (\text{A.4}),$$

onde $A = 4\pi\epsilon m k_B^2 / h^3$ e a “*função trabalho*” $\Phi = W - \epsilon_F$.

Apêndice B. Corrente de Saturação de Langmuir-Child.

Sendo d a distância entre K e P vamos mostrar qual deve ser a mínima diferença de potencial V_{\min} entre a K e P para que seja atingida a corrente de saturação I_s mostrada na Fig.(1.2). Assumiremos que a diferença de potencial num ponto x entre K e P seja $V(x)$ e que todos os elétrons abandonem K com velocidade zero. Desse modo, num ponto x a velocidade de um elétron será $v(x) = [2eV(x)/m]^{1/2}$. Sendo $n(x)$ a densidade de elétrons num plano entre K e P e supondo que a densidade de corrente seja a de saturação $J_s(x)$ ao longo do plano x teremos,

$$J_s(x) = en(x)v(x) = \rho(x) [2eV(x)/m]^{1/2} \quad (\text{B.1}),$$

De onde obtemos,

$$\rho(x) = J_s(x) [m/2eV(x)]^{1/2} \quad (\text{B.2}).$$

Levando em conta^(1,2) a equação de Poisson $d^2V(x)/dx^2 = \rho(x)/\epsilon_0$ e (B.2) decorre

$$d^2V(x)/dx^2 = J_s(x) [m/2eV(x)]^{1/2} / \epsilon_0 \quad (\text{B.3}).$$

É fácil vermos⁽¹⁾ que a primeira integral de (B.3) é dada por

$$(dV(x)/dx)^2 = (4/\epsilon_0) J_s(x) \sqrt{m/2e} [V(x)]^{1/2} \quad (\text{B.4}),$$

assumindo que $dV(x)/dx = 0$ e $V(x) = 0$ em $x = 0$. Extraindo-se a raiz quadrada de ambos os membros de (B.4) temos,

$$V^{-1/4} dV = [(4/\epsilon_0) J_s(x) \sqrt{m/2e}]^{1/2} x \quad (\text{B.5}),$$

que integrando dá

$$(4/3)V^{3/4} = [(4/\epsilon_0) J_s(x) \sqrt{m/2e}]^{1/2} x + C.$$

Pondo $V(0) = 0$, $C = 0$ e levando em conta que para $x = d$ temos $V(d) = V_{\min}$ obtemos

$$V_{\min}^{3/4} = (3/4) [(4/\epsilon_0) J_s(d) \sqrt{m/2e}]^{1/2} d \quad (\text{B.6}),$$

De onde resulta a **equação de Langmuir-Child**

$$J_s = (4\epsilon_0/9) (2e/m)^{1/2} V_{\min}^{3/2} / d^2 \quad (\text{B.7}).$$

REFERÊNCIAS

- (1) (a) F.W.Sears. “Eletromagnetismo”. Ao Livro Técnico (1956).
- (b) F.W.Sears e M.W.Zemansky. “Física”. Ao Livro Técnico (1959).
- (c) F.W.Sears e M.W.Zemansky. “Ótica e Física Moderna”. Addison Wesley (2004).
- (2) R.A.Serway. “Física 4”. Livros Técnicos e Científicos (1992).
http://en.wikipedia.org/wiki/Thermionic_emission
- (3) F.W.Sears. “Thermodynamics”. Addison-Wesley (1953), pag.337.
- (4) D.Halliday, R.Resnick e J.Merrill. “Fundamentos de Física”, vol.4(1991), pag.240.
- (5) R.Eisberg e R.Resnick. “Física Quântica”, Editora Campus (1979), pag.59
- (6) http://pt.wikipedia.org/wiki/Diodo_semicondutor
- (7) <http://es.wikipedia.org/wiki/Diodo#mw-head>
- (8) http://en.wikipedia.org/wiki/Diode_modelling
- (9) http://pt.wikipedia.org/wiki/Diodo_emissor_de_luz
- (10) http://www.solenerg.com.br/files/monografia_cassio.pdf
- (11) http://pt.wikipedia.org/wiki/Dispositivo_de_carga_acoplada
- (12) <http://www.electronica-pt.com/componentes-eletronicos/transistor-tipos>
http://todi.est.ips.pt/beirante/electronica1/Acet_BJT.pdf
- (13) A.Sommerfeld. “Thermodynamics and Statistical Mechanics”. Academic Press (1964)

Diodos e Triodos-Válvulas, Diodos Semicondutores, Fotocélulas e Transistores.

M.Cattani

Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil

mcattani@if.usp.br

Resumo. Este artigo foi escrito para alunos de graduação de Física e Engenharia. Mostramos as semelhanças entre os princípios básicos de funcionamento de dispositivos eletrônicos modernos tais como diodos semicondutores, transistores e fotocélulas e as válvulas eletrônicas ou termo-iônicas construídas há mais de um século conhecidas como diodos e tríodos de alto vácuo.

Key words: thermionic tubes; semiconductors diodes; transistors.

(I) Introdução.

Durante as aulas para alunos de graduação de Física e Engenharia sobre dispositivos eletrônicos modernos ⁽¹⁻⁵⁾ tais como **diodos semicondutores (DS)**, **fotocélulas (FC)** e **transistores (T)** notei que os alunos não sabem que os princípios básicos de funcionamento desses dispositivos são muito parecidos com os usados a mais de um século em aparelhos macroscópicos denominados **válvulas eletrônicas** ou **termo-iônicas**. Assim, nosso objetivo é somente mostrar que os princípios básicos de funcionamento dos **diodos de alto vácuo (DAV)** e dos **tríodos de alto vácuo (TAV)** são semelhantes, respectivamente, aos dos **diodos semicondutores (DS)** e aos dos **transistores (T)**. Assim, analisaremos sem entrar em detalhes propriedades dos semicondutores ⁽²⁻⁷⁾ que são estritamente necessárias para ressaltar essas semelhanças. Primeiro vamos ver como funcionam os aparelhos antigos e depois os modernos. Assim nos Capítulos 1 e 2, seguindo os livros do Sears & Zemansky⁽¹⁾ estudamos as **válvulas eletrônicas** conhecidas como **diodo e tríodo de alto vácuo**". No Cap. 3 mostramos brevemente o que são semicondutores intrínsecos e extrínsecos (ou "**dopados**"). No Cap.4 vemos como a junção de dois tipos de semicondutores dopados forma um **DS** que apresenta um comportamento semelhante a um **DAV** que tem múltiplas aplicações como, por exemplo, funcionar como **FC**. Para um estudo mais detalhado em nível de graduação sugerimos a leitura sobre **semicondutores e DS** apresentado na referência 5. No Cap.5 analisamos os **transistores (T)** que são formados com a junção de diodos semicondutores e de que modo eles são semelhantes aos **TAV**.

(1) Diodo de Alto Vácuo (DAV).

(1.a) Efeito Termiônico e Diodo de Alto Vácuo.

No curso de Física Moderna⁽¹⁻⁵⁾ vimos que nos metais sólidos temos elétrons “quase livres” que formam um “mar de elétrons” responsáveis pela condução elétrica. As suas energias cinéticas obedecem a uma distribuição estatística de Fermi-Dirac. Poder-se-ia pensar que um elétron que se aproximasse da superfície do condutor pudesse escapar do material. Ocasionalmente ele consegue se tiver energia cinética suficiente para superar o potencial atrativo de superfície que existe no metal. A energia cinética mínima que um elétron precisa ter para escapar é uma característica do material, e para a maioria dos metais é da ordem de alguns eV. Essa energia cinética mínima é denominada de “*função trabalho*” = Φ do material.⁽²⁾ Na referência 4, por exemplo, há uma tabela com valores de Φ para alguns condutores. Por exemplo, para o Alumínio $\Phi = 4.08$ eV, para o Ferro $\Phi = 4.50$ eV e para o tungstênio $\Phi = 4.52$ eV. Nos primórdios do século 20, O.W. Richardson⁽³⁾ verificou que para temperaturas muito baixas muito poucos elétrons tem tal quantidade de energia, mas, a medida que a temperatura se eleva a energia dos elétrons aumenta, e o número deles que escapa cresce rapidamente. Esse fenômeno que foi descoberto por Richardson (prêmio Nobel de Física de 1928) é denominado “Efeito Termoiônico.”⁽¹⁻⁵⁾

A emissão de elétrons da superfície de um condutor metálico isolado torna esse condutor positivamente eletrizado. Assim, os elétrons que escapam são atraídos pelo condutor formando uma “nuvem” de carga positiva (“carga espacial”) junto da superfície do mesmo. Se um segundo condutor, mantido a um potencial mais elevado, estiver nas proximidades do emissor de elétrons, a nuvem de elétrons será atraída por ele, e, enquanto se mantiver a *ddp* entre esses dois condutores, haverá um deslocamento contínuo de elétrons do emissor (“catodo” = **K**) para o outro condutor (“anodo” ou “placa” = **P**). Encerrando o **K** e a **P**, por exemplo, em um bulbo de vidro no qual se fez vácuo temos um dispositivo chamado de válvula eletrônica ou “diodo de alto vácuo” (**DAV**). Na Fig.1 há um esquema onde aparece um diodo e um circuito elétrico a ele associado.

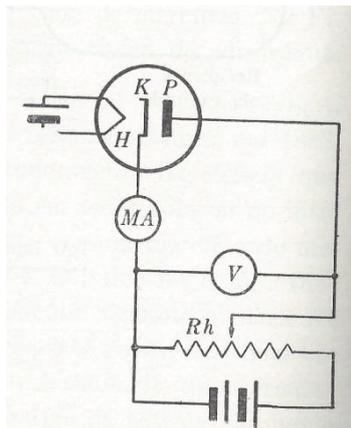


Figura (1.1). Circuito mostrando um **DAV**: o catodo é indicado por **K**, a placa por **P** e **H** o circuito de aquecimento do catodo.

Quando a *ddp* (V_p) entre a placa (**P**) e o catodo (**K**) é pequena (alguns volts), apenas alguns dos elétrons emitidos pelo **K** atingem **P**; a maioria deles penetra na nuvem de cargas e volta para **K**. A medida que V_p aumenta, o número de elétrons atraídos pela placa aumenta; quando V_p é bastante alta (\sim centenas de volts) todos os

elétrons chegam a P. Qualquer aumento posterior de V_p não conseguirá aumentar a corrente de placa I_p que atinge o valor de “saturação” I_s .

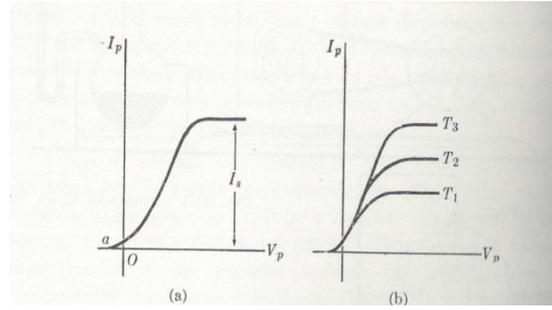


Figura (1.2).(a) Gráfico da corrente de placa I_p em função de V_p . (b) Curvas de corrente de placa para três temperaturas do catodo, $T_3 > T_2 > T_1$.

Nota-se na Fig.(1.2a) que I_p não é nula mesmo quando $V_p = 0$, o que é devido ao fato de os elétrons abandonarem K com uma certa velocidade inicial, e os mais velozes conseguem atravessar a carga espacial e atingirem a placa mesmo na ausência de um campo acelerador. Verificamos que para anular a I_p é necessário aplicar um campo retardador; aproveita-se esse fato para medir as velocidades de emissão. Se esse potencial tornar-se ainda mais negativo, a corrente de placa permanecerá nula. Todos os elétrons emitidos por K a ele voltam devido ao campo entre K e P, e não haverá elétrons que se dirijam de P para K, isso porque P não está aquecida. Assim, o diodo é, portanto, uma “válvula” que só permite a passagem de elétrons somente num sentido, ou seja, de $K \rightarrow P$, tal como numa válvula hidráulica que deixa fluir água só num sentido. Uma das aplicações do diodo é de retificar uma corrente alternada. ^(1,3,4)

Na Fig.2(b) vemos que a corrente de saturação I_s aumenta com o aumento de temperatura do catodo, $T_3 > T_2 > T_1$. Este comportamento foi explicado assumindo que os “elétrons livres” do material emissor obedecem a uma distribuição de energia de Fermi-Dirac. A equação, conhecida como equação de Richardson-Dushman, que relaciona a corrente de saturação e a temperatura é dada por: ⁽¹⁻⁵⁾ (vide Apêndice A),

$$J_s = \lambda_R A T^2 \exp(-\Phi/k_B T) \quad (1.1),$$

onde J_s é densidade de corrente de saturação I_s na superfície do K, onde λ_R é um parâmetro corretivo que depende especificamente do material, tipicamente da ordem de 0.5, A é uma constante universal $A = 4\pi m^2 k_B^2 / h^3$, e m são, respectivamente, a carga e a massa do elétron, h = constante de Planck, k_B = constante de Boltzmann, T a temperatura do catodo medida em graus Kelvin, Φ é a “função trabalho” definida por, $\Phi = W - \epsilon_m$, W = energia potencial atrativa da superfície emissora e ϵ_m = energia cinética máxima de um “elétron livre” a uma temperatura T . Numa aproximação muito boa podemos por $\epsilon_m \approx \epsilon_F$ onde ϵ_F é energia de Fermi $\epsilon_F = (h^2/2m)(3n/\pi)^{2/3}$, n = densidade de elétrons livres. Para o tungstênio puro $\Phi = 4,52$ eV e o potencial de superfície $W = 13,5$ eV. O fator W de uma superfície reduz-se consideravelmente pela presença de impurezas. Como diminuindo-se W aumenta-se a densidade de corrente para uma dada temperatura a maior parte das válvulas eletrônicas têm catodos compostos. A densidade de corrente de saturação J_s em função da tensão mínima V_{min} entre K e P e a distância d entre K e P é dada pela equação de Langmuir-Child (vide Apêndice B):

$$J_s = (4\epsilon_0/9)(2e/m) (V_{min}^{3/2}/d^2) \quad (1.2).$$

(1.b) *Fotocélula (FC).*

O dispositivo antigo que foi denominado de “fotocélula” construído por Hallwachs⁽¹⁾ na década de 1890 é esquematicamente descrito do seguinte modo. No interior de um tubo em que se fez alto vácuo são colocadas duas placas: uma com superfície fotossensível *S* que absorve luz incidente e que emite elétrons por efeito fotoelétrico e a outra *C* que coleta esses elétrons. O emissor e o coletor são submetidos a uma diferença de potencial, conforme circuito elétrico visto na Fig.(1.3). A corrente gerada pelo dispositivo é medida pelo galvanômetro *G*. Medindo-se a corrente pode-se determinar a intensidade da luz incidente em *S* mediante uma conveniente calibração. Essa corrente pode ser aumentada de 5 a 10 vezes introduzindo-se na ampola da fotocélula uma pequena quantidade de gás. Os elétrons ionizam o gás e a corrente aumenta.

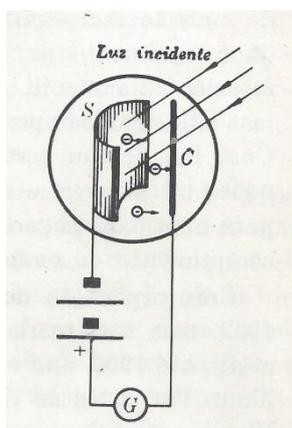


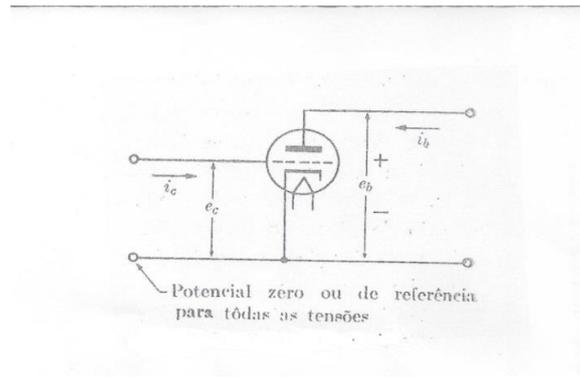
Figura (1.3). Circuito com fotocélula, bateria e galvanômetro.

(1.c) *Célula Fotovoltaica.*

Diferindo da célula fotoelétrica que requer a aplicação de uma f.e.m. externa, a célula fotovoltaica gera sua própria f.e.m. Em um dos tipos dessa célula uma fina camada de óxido cuproso (Cu_2O) era depositada sobre um disco de cobre metálico. A luz incidindo sobre o óxido de cobre penetra-o, e dele ejeta fotoelétrons que vão para o cobre metálico, ficando o óxido positivamente carregado, e o cobre negativamente.

(2) *Triodo de Alto Vácuo (TAV).*

Em 1907, Lee de Forest⁽¹⁾ descobriu que se um terceiro eletrodo, denominado de “grade”, fosse intercalado entre o catodo (*K*) e a placa (*P*) de um diodo, o potencial desse eletrodo exerceria sobre a corrente de placa uma ação de controle muito maior que a do próprio potencial de placa. A grade em geral é uma malha de fio muito fino, que permite a passagem dos elétrons por suas aberturas. Vide Figura (2.1).



e_c = tensão total instantânea entre grade e catodo.

e_b = tensão total instantânea entre placa e catodo.

i_c = corrente total instantânea através do circuito externo e que se dirige à grade.

i_b = corrente total instantânea através do circuito externo e que se dirige à placa e vai para o catodo..

Figura (2.1). Esquema mostrando um triodo e os dois sentidos positivos, escolhidos arbitrariamente, para as correntes e tensões no triodo.

Com pequenas variações no potencial de grade e_c são criadas variações relativamente grandes na corrente de placa i_b , mostrando que a válvula de três eletrodos ou “triodo” poderia ser empregada como “*amplificadora*”. Como uma variação de e_c há uma variação de i_c poderíamos escrever

$$i_b = \beta i_c \tag{2.1},$$

onde β é um fator de “*amplificação*” ou “ganho de corrente”.

As correntes dos diversos eletrodos não podem ser representadas por funções matemáticas simples; são, em geral, expressas por meio de gráficos. Em particular, a corrente de um eletrodo qualquer, quase sempre é uma função não-linear do potencial desse eletrodo. O triodo não obedece, portanto, a uma lei de Ohm; é um elemento não-linear do circuito.⁽¹⁾ Na Fig.(2.2)⁽¹⁾ vemos a *corrente de placa* i_b em função da *tensão*

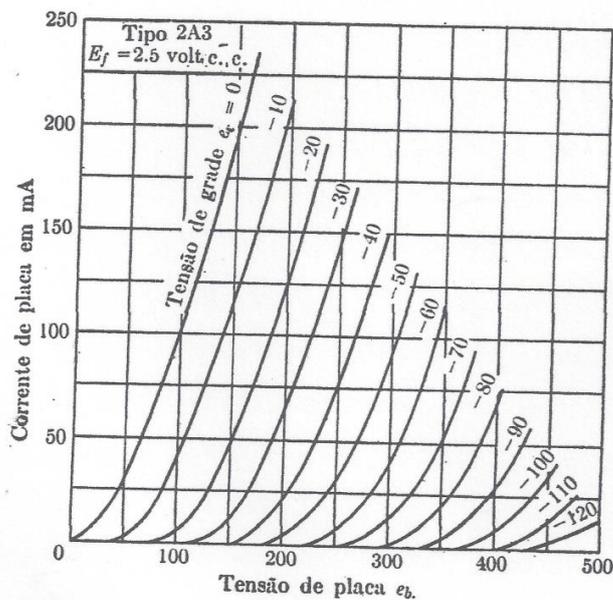


Figura (2.2). Corrente de placa i_b em função da tensão de placa e_b e da tensão de grade e_c .

de placa e_b e da tensão de grade e_g , ambos medidos em relação ao catodo (triódo Tipo 2A3). Para um valor constante de e_b vemos que há um amplificação da corrente de placa i_b variando a tensão de grade e_g . Por exemplo, olhando na figura, quando a tensão de placa é mantida constante igual a 250 V, a corrente de placa i_b passa de 75 mA para 150 mA quando a tensão de grade vai de -40 V até -30 V.

(3) Semicondutores.

Note que o objetivo desse artigo é mostrar que os princípios básicos de funcionamento dos **DAV** e dos **TAV** são semelhantes, respectivamente, aos dos diodos semicondutores (**DS**) e aos dos transistores (**T**). Assim, analisaremos, sem entrar em detalhes, somente propriedades dos semicondutores⁽²⁻⁷⁾ que são estritamente necessárias para mostrar essas semelhanças.

Um material é **isolante**⁽²⁻⁵⁾ quando a diferença de energia E_g (“*gap de energia*” ou “*lacuna de energia*”) dos elétrons que estão na *banda de valência* e dos que estão na *banda de condução* é ~ 10 eV. Ele é um **semicondutor**⁽²⁻⁵⁾ quando $E_g \sim$ eV.

(3.a) Semicondutores intrínsecos.

São denominados de **semicondutores intrínsecos**, os condutores sem dopagem, ou seja, constituídos, apenas com átomos do semicondutor-base, como por exemplo, Si, Ge, AsGa, InP, GaP,...Esse tipo de material à temperatura de 0 K é um excelente isolante pois têm a banda de valência completamente preenchida. Para temperaturas diferentes do zero absoluto, os elétrons da banda de valência migram por excitação térmica para a banda de condução. A distribuição de energia ϵ desses elétrons é descrita pela função de Fermi-Dirac dada por

$$F(\epsilon) = \{1 + \exp[(\epsilon - \epsilon_F)/k_B T]\}^{-1} \quad (3.1),$$

onde ϵ_F é a energia de Fermi definida por $F(\epsilon_F) = 0.5$. É oportuno lembrar que para temperatura ambiente temos $k_B T \approx 0.026$ eV, ou seja, $E_g \gg k_B T$.

Usando a distribuição de Fermi-Dirac pode-se estimar a densidade de elétrons na banda de condução de um semicondutor intrínseco ou de um isolante em relação à respectiva densidade em um metal. No caso de um semicondutor à temperatura ambiente e $E_g \sim 1$ eV verifica-se^(4,5) que $n_{\text{metal}} \sim 10^{11} n_{\text{semicondutor}}$. Embora seja uma fração muito pequena o número de elétrons de condução de um semicondutor não é desprezível. No caso do Cu temos $n_{\text{Cu}} = 9 \cdot 10^{28}/\text{m}^3$. Por exemplo, para o Si, Ge e GaAs temos $n_{\text{Si}} = 1.02 \cdot 10^{16}/\text{m}^3$, $n_{\text{Ge}} = 2.33 \cdot 10^{19}/\text{m}^3$ e $n_{\text{GaAs}} = 2.1 \cdot 10^{12}/\text{m}^3$, respectivamente.

Devido a excitação térmica os elétrons de valência ao passarem para a banda de condução geram “buracos positivos” na banda de valência; a densidade de elétrons (n) e densidade de buracos (p) nesses materiais são iguais a uma certa temperatura, sendo designada por densidade de cargas “intrínseca” do material.

(3.b) Semicondutores Dopados ou Extrínsecos

Introduzindo-se um pequeno número de átomos (“impurezas”) na rede de um semicondutor num processo chamado de “dopagem” obtêm-se os “semicondutores dopados” ou “extrínsecos”. Essencialmente todos os atuais dispositivos semicondutores estão baseados nos materiais dopados. Há duas variedades: do “tipo n” e do “tipo p”. Para exemplificar assumiremos que o semicondutor puro é o Si que tem carga central + 4e e que as impurezas sejam fósforo (P) que tem valência = +5 e o alumínio (Al) que tem valência = +3. Vide Figura 10 da referência⁽⁴⁾

Semicondutor Tipo n.

Obtemos o tipo n quando implantamos na rede átomos que cedem ou *doam* elétrons para a banda de valência.⁽²⁻⁷⁾ Esses átomos são chamados de “doadores”. No caso da implantação do P cada átomo cede um elétron para a rede que fica ligado fracamente ao íon doador, pois ele não está envolvido em ligações covalentes com os íons vizinhos.⁽⁴⁾ Estes elétrons ocupam um nível de energia (E_d) muito próximo do nível mais baixo da banda de condução (E_c), com $E_c - E_d \sim 0.01$ eV. Como a energia térmica média a temperatura ambiente é $k_B T \sim 0.025$ eV é mais fácil esses elétrons serem termicamente excitados para a banda de condução do que excitar elétrons de valência do Si. Aumentando a densidade desses elétrons de valência haverá um aumento dos elétrons na banda de condução. Façamos, por exemplo, uma estimativa da porcentagem de átomos de fósforo (P) que devemos implantar numa rede de silício puro^(4,5) para que a densidade de elétrons na banda de condução aumente de um fator 10^6 . Ora, como a densidade de átomos de Si é igual a $N_{Si} = 5 \cdot 10^{28}/m^3$ ⁽⁴⁾ e $n_{Si} \sim 10^{16}/m^3$ e que se cada átomo de P contribui com um elétron para a banda condução a dopagem deve gerar $n_p \sim 10^{22}$. Desse modo, $N_{Si}/n_p = 5 \cdot 10^{28}/10^{22} \sim 10^6$, ou seja, somente um átomo de Si em 5 milhões deve ser substituído por um átomo de P. Note que apesar da densidade de elétrons de condução ter aumentado muito devido a dopagem ela ainda é muito pequena comparada com a densidade do Cu, $n_{Cu} \sim 10^{29}/m^3$.

No semicondutor do tipo n os elétrons são os “portadores majoritários” de carga e os buracos são os “minoritários”.

Semicondutor Tipo p.

Neste caso as impurezas que são implantadas “roubam” elétrons de valência da rede de átomos do semicondutor intrínseco. Elas criam “buracos” na banda de valência que funcionam como cargas positivas que podem se movimentar livremente através do cristal. Um átomo de Al implantado rouba um elétron de um átomo de Si vizinho. Esse elétron vai ocupar um nível de energia (E_a) muito próximo do nível máximo de energia (E_v) dos elétrons de valência, ou seja, $E_a - E_v \sim 0.01$ eV. Diminuindo o número de elétrons de valência diminui conseqüentemente a densidade de elétrons na banda de condução. Assim, no semicondutor tipo p os buracos são os “portadores majoritários” de carga e os elétrons os “minoritários”. O átomo de Al é denominado de “aceitador”.

(3.c) Condutividade Elétrica.

Definindo a mobilidade dos elétrons como μ_e e a mobilidade dos buracos como μ_b a condutividade elétrica σ em um semicondutor é dada por $\sigma = q(n \mu_e + n_b \mu_b)$, onde q é o módulo da carga do elétron, n e n_b são as densidades de elétrons e buracos, respectivamente

(4) Diodos Semicondutores (DS).

Vejamos o que acontece quando um semiconductor do tipo p for “soldado” a um semiconductor do tipo n. Separadamente as partes p e n são eletricamente neutras (fig.4.1a). Quando p e n estão em contato os elétrons livres de n atraídos pelos buracos de p se difundem de $n \rightarrow p$ e passam a ocupar um dos muitos buracos ali existentes (vide Fig.(4.1b)) deixando atrás de si íons positivos fixos (“buracos”) em n. Em contrapartida os muitos buracos na região p se difundem de $p \rightarrow n$. Ao atingir a região n um buraco se recombina com um elétron. Surgem correntes de difusão de cargas de $n \rightarrow p$ e de $p \rightarrow n$, também denominadas de “correntes de recombinação”, i_{pr} e i_{nr} , respectivamente. Após um tempo muito curto, no equilíbrio quando $|i_{pr}| = |i_{nr}|$, a difusão termina aparecendo uma carga espacial (“nuvem”) de íons positivos e negativos numa região pequena de dimensão $d_0 \sim 1 \mu\text{m}$, denominada de “região de depleção” (Fig.(4.1b)) esvaziada de cargas móveis. A nuvem é sede de um campo elétrico intenso E da ordem de $\sim 10^4$ a 10^6 V/cm da esquerda para a direita, ou seja, há uma diferença de potencial de contato $V(x) \sim 0.1$ V estabelecida através da junção (Fig.(4.1c)). Assim, em equilíbrio, uma junção p-n, deixada em repouso numa prateleira, desenvolve uma diferença de potencial V_0 entre as suas extremidades. Note que a voltagem é V_0 é positiva do lado n. A nuvem de cargas gera na junção uma diferença de potencial de contato V_0 que impede a passagem de elétrons de $n \rightarrow p$, ou seja, o prosseguimento de buracos de $p \rightarrow n$.

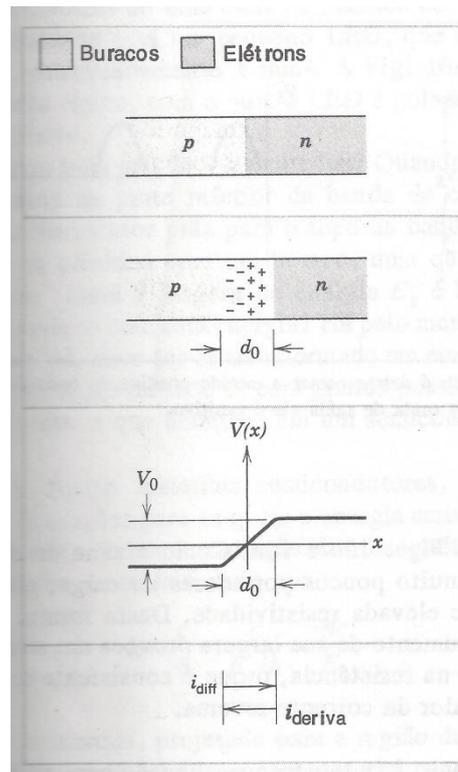


Figura (4.1).⁽⁴⁾ (a) Junção p-n no instante inicial. (b) Difusão dos elétrons gerando carga espacial numa região d_0 . (c) Diferença de potencial V_0 criada pela nuvem de cargas. (d) No equilíbrio, a difusão (i_{deriva}) dos elétrons é balanceada pela difusão dos buracos no sentido oposto (i_{diff}).

Na Fig.(4.2a)^(1c) mostramos a corrente efetiva $I(V)$ que é observada quando uma junção p-n é conectada a um circuito onde fazemos variar a diferença de potencial $V_p - V_n = V$ através da junção.

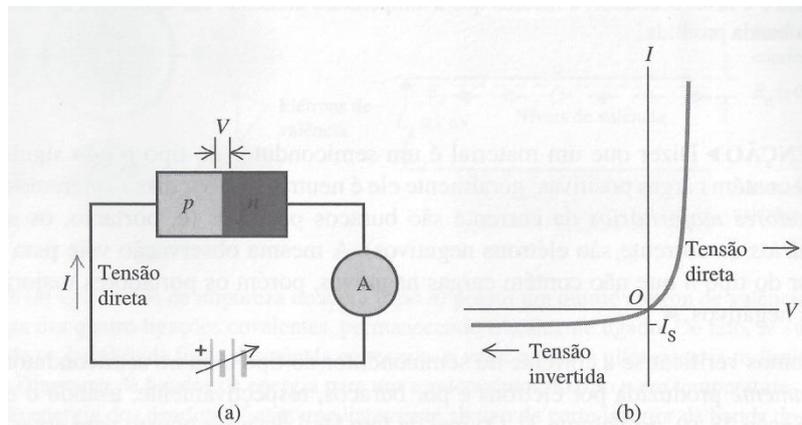


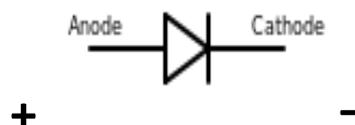
Figura (4.2).^(1c) (a) Junção p-n conectada a um circuito. (b) Gráfico mostrando a corrente $I(V)$ em função de V descrita pela Eq.(4.1).

A corrente $I(V) = I_{ntotal} + I_{ptotal}$, mostrada na Fig.(4.2b), é descrita essencialmente pela equação de Shockley⁽⁸⁾

$$I(V) = I_s [\exp(qV/k_B T) - 1] \quad (4.1),$$

que vale tanto para valores de V positivos (“tensão direta”) como de V negativos (“tensão invertida”). Para valores negativos a junção p-n não deveria conduzir corrente, mas, devido a um efeito térmico se formam pares elétron-buraco em ambos os lados da junção produzindo uma pequena corrente $\sim 1\mu A$ denominada de “**corrente inversa de saturação**” I_s . Ela é atingida rapidamente com a aplicação de pequenas tensões negativas conforme Fig.(4.2b). A Eq.(4.1) vale somente até uma tensão negativa máxima V_r denominada de “**tensão de ruptura**”. Para valores $|V| > |V_r|$ ocorre o “**efeito avalanche**” aparecendo correntes negativas que crescem abruptamente.⁽⁵⁻⁸⁾ Para tensões positivas a corrente cresce sempre até atingir um valor máximo I_{max} que pode ser conduzida pelo diodo sem fundir-se pelo efeito Joule.

Pela Fig.(4.2b) vemos que o diodo é um componente elétrico que permite que a corrente atravesse-o num sentido com muito mais facilidade do que no outro sentido. Esse dispositivo que deixa passar corrente *quase completamente* num único sentido denomina-se “diodo-retificador”, semelhante ao “*diodo retificador a alto vácuo*” (vide Cap.1). O fato de deixar passar corrente em apenas uma direção é a característica mais notável da “junção p-n”. O tipo mais comum de diodo é o retificador no entanto, existem outras tecnologias de diodo⁽⁷⁾ tais como o *diodo emissor de luz* e o *fotodiodo* que comentaremos na Seção (4.1). Diodos semicondutores são simbolizados por diagramas esquemáticos do tipo



Diodo semicondutor

O termo "diodo" é habitualmente reservado a dispositivos para sinais baixos, com correntes iguais ou menores a 1mA⁽⁵⁻⁷⁾ ao contrário do que ocorre no “*diodo retificador a alto vácuo*” onde podemos ter correntes elevadas.

(4.1) *Diodo Emissor de Luz (LED).*

Um *diodo emissor de luz* conhecido pela sigla LED (“*Light-Emitting Diode*”) é, como o nome sugere, um diodo com junção p-n que emite luz.⁽⁹⁾ Como vimos, submetendo-se um diodo a uma tensão direta, muitos buracos são arrastados da região p para a fronteira da junção e muitos eletrons são arrastados da região n para a fronteira da junção. Na região da junção os eletrons ocupam os buracos, ou seja, se recombinam. Nesse processo os eletrons podem emitir fons com energias aproximadamente iguais à energia do $E_g \sim 1$ eV, ou seja, os comprimentos de onda λ dos fons emitidos podem ser estimados pela equação

$$\lambda = c/v \sim c/(E_g/h) = hc/E_g \quad (4.2).$$

O LED é representado pelo esquema



Diodo emissor de luz

Os comprimentos de onda da luz emitida variam dependendo dos tipos de substâncias usadas na dopagem⁽⁹⁾ (vide Tabela 1). A luz é emitida na junção do diodo. Se as extremidades de um cristal de junção forem convenientemente espelhadas a seção do cristal através do plano de junção pode servir como um laser. Tal dispositivo é chamado de “*diodo-laser*”.⁽⁴⁾

Semicondutor	Cor da luz	Comprimento de onda
Arsenieto de gálio e alumínio	Infravermelha	880 nm
Arsenieto de gálio e alumínio	Vermelha	645 nm
Fosfato de alumínio, índio e gálio	Amarela	595 nm
Fosfato de gálio	Verde	565 nm
Nitreto de gálio	Azul	430 nm

Tabela 4.1. Cor da luz emitida pelo LED dependendo da dopagem do semicondutor.

(4.2) *O Efeito Fotovoltaico e o Fotodiodo.*

O Efeito Fotovoltaico^(4,7,10) é o efeito inverso ao do que ocorre no LED: fons incidentes sobre o diodo absorvidos pelo material podem criar pares eletrons-buracos. Os pares que se formam nas vizinhanças da junção p-n podem ser separados pelo campo E existente na junção. Esse campo arrasta eletrons para a região n e buracos para região

p. Nesse processo há um acúmulo de energia eletrostática que seria fonte de *fem* e de potência que pode ser transmitida a um circuito externo se esse for conectado a junção p-n. Esse dispositivo, representado pela figura abaixo, é conhecido como “*fotodiodo*” (“*fotocélula*”) ou “*célula solar*”, embora a luz solar não seja necessária. Quaisquer fontes luminosas cujos fótons possuam energias maiores do que a largura da banda proibida (~ 1 eV) podem produzir esse efeito.



Fotodiodo

A fotocélula não armazena energia elétrica. Através da *fem* criada apenas mantém um fluxo de elétrons estabelecidos num circuito elétrico enquanto houver incidência de luz sobre ele. A mesma física básica é usada em dispositivos CCD (“*charge-coupled device*”) ⁽¹¹⁾ empregados em máquinas fotográficas e em aparelhos astronômicos.

(5) Transistor.

O transistor foi descoberto em 1948 por John Bardeen, Walter Brittain e William Shockley. ^(2,4,5) Ele revolucionou, a partir de 1960, completamente o mundo da eletrônica, substituindo os tubos eletrônicos (“válvulas”) nos circuitos elétricos em muitas aplicações. Com o advento do transistor foram criadas indústrias multibilionárias que começaram a produzir, por exemplo, rádios portáteis, calculadoras de bolso, computadores, receptores de televisão e jogos eletrônicos. Os descobridores do transistor receberam o prêmio Nobel de Física de 1956.

O *transistor bipolar* (ou *transistor de junção bipolar*= **TJB**) é o mais importante do ponto de vista histórico e o de utilização mais corrente. O transistor bipolar *pnp*, por exemplo, é constituído por um material semiconductor com uma região *n* muito delgada, embutida entre duas regiões *p* (vide Figura 5.1). Um transistor bipolar do tipo *nnp* tem uma região *p* entre duas regiões *n*. Para a junção funcionar como um transistor essas regiões devem ser dopadas adequadamente. ⁽¹²⁾ Os *nnp* são os mais comuns, basicamente porque nele os elétrons é que se movimentam e a *e* mobilidade eletrônica é muito superior à das lacunas e são mais adequados à produção em massa.

Os materiais semicondutores mais usados no fabrico de transistores são Si, Ge, Ga e alguns óxidos. O Si é mais usado, pois, além de outras vantagens ⁽¹²⁾ possibilita o funcionamento a temperaturas mais elevadas ~ 175 °C quando comparado, por exemplo, com os ~ 75 °C do Ge. Na Fig. (5.1) mostramos o transistor *pnp*. Outros tipos de transistores podem ser vistos, por exemplo, em revistas e artigos de Eletrônica. ⁽¹²⁾

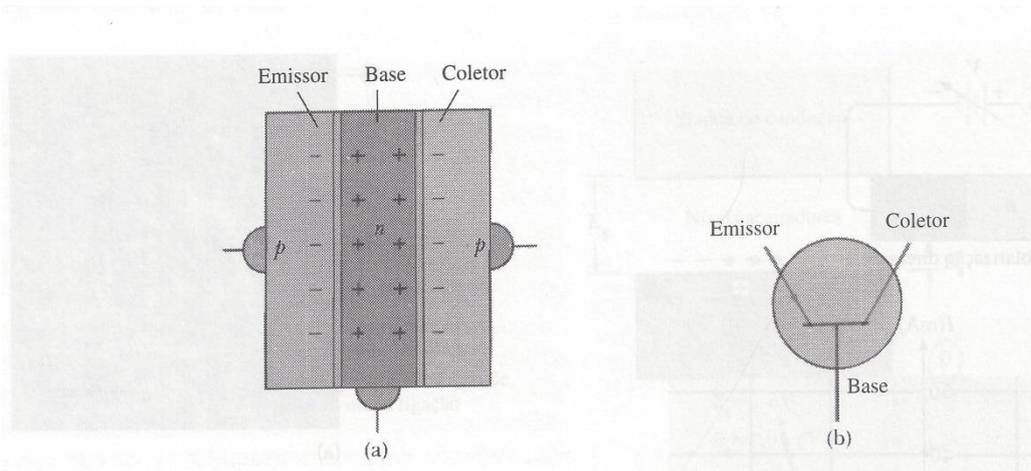
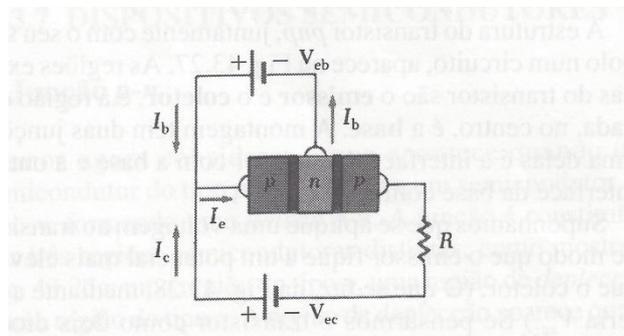


Figura (5.1).(a) Transistor *pnp* formado por uma região *n* (“base”) embutida entre duas regiões *p* (o “emissor” e o “coletor”). (b) Símbolo do transistor *pnp* num circuito.

O transistor bipolar é um dos componentes mais usados na eletrônica. ⁽¹²⁾ Ele é um dispositivo com 3 terminais: é possível usar a tensão entre 2 terminais para controlar o fluxo de corrente no terceiro terminal, obtendo-se assim uma fonte controlável de tensão e corrente. O transistor permite a **amplificação e comutação** de sinais, tendo substituído as válvulas termo-iônicas na maior parte das aplicações.

Na Fig.(5.2) mostramos um circuito *pnp* amplificador de corrente onde uma tensão V_{eb} num circuito externo que gera corrente de *base* I_b é capaz de dar origem a uma corrente de saída I_c (ou corrente *do coletor*) muito alta dada por

$$I_c = \beta I_b \quad (5.1),$$



V_{ec} = tensão total instantânea entre emissor e coletor.

V_{eb} = tensão total instantânea entre emissor e base.

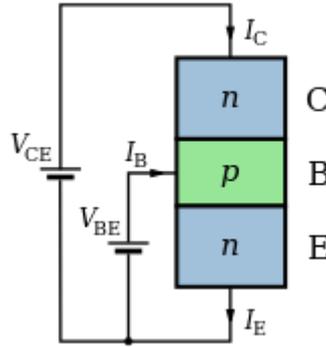
I_c = corrente total instantânea através do circuito externo e que vai do emissor ao coletor .

I_b = corrente total instantânea através do circuito externo e que passa pela base.

Figura (5.2). Circuito com transistor *pnp* amplificador de corrente.

onde β = “ganho de corrente” que está nos casos típicos entre 10 e 100. A Eq.(5.1) é equivalente a Eq.(2.1) válida para o **TAV**. A corrente I_c que passa pelo emissor, base e coletor gera uma alta tensão de saída V_{ec} . No entanto o transistor só permite seu funcionamento com uma tensão V_{eb} entre a base e o emissor acima de 0,7 V para o Si e 0,3 V para o Ge.

Outro esquema ilustrando as tensões e correntes convencionais de um **TJB** é mostrado abaixo,



onde, de acordo com as leis dos *nós* e das *malhas* temos, respectivamente

$$I_E = I_C + I_B \quad \text{e} \quad V_{CB} = V_{CE} - V_{BE}.$$

Apêndice A. Equação de Richardson - Dushman.

Elétrons dentro de um condutor, chegando à superfície do mesmo podem escapar do condutor se tiverem energia cinética térmica suficiente para superar a barreira atrativa Coulombiana criada pelo material. Esse fenômeno é denominado de *Efeito Termoiônico* ou *Emissão Termoiônica*. Para calcular a densidade de corrente de emissão assumiremos que os elétrons de condução do metal obedecem a uma Distribuição de Fermi-Dirac^(1-5,13) a $T = 0 \text{ K}$. O eixo x de coordenadas é normal à superfície do metal e v_x a velocidade dos elétrons ao longo de x .

Pode-se mostrar^(3,13) que a densidade de elétrons de condução por unidade de volume dN_x com velocidades entre v_x e $v_x + dv_x$ é dado por

$$dN_x = (4\pi m^2 k_B T / h^3) \ln \{ \exp[(\epsilon_F - \epsilon_x) / k_B T + 1] + 1 \} dv_x \quad (\text{A.1}),$$

m = massa do elétron, k_B = constante de Boltzmann, T a temperatura do catodo, $\epsilon_x = mv_x^2/2$ a energia cinética ao longo de x e ϵ_F = energia de Fermi = $(h^2/2m)(3n/\pi)^{2/3}$, n = densidade de elétrons livres. Usando (A.1) e pondo $v_x dv_x = d\epsilon_x/m$ vemos que a densidade de corrente de elétrons (com velocidades no intervalo v_x e $v_x + dv_x$) dJ_x que passa pelo catodo no intervalo de tempo dt é dada por dJ_x ,

$$dJ_x = (4\pi e m k_B T / h^3) \ln \{ \exp[(\epsilon_F - \epsilon_x) / k_B T + 1] + 1 \} d\epsilon_x \quad (\text{A.2}).$$

Na superfície^(4,5,13) de um condutor há uma estreita barreira de potencial W = “potencial de superfície” que o elétron deve ultrapassar para poder escapar do material. Como a energia cinética máxima dos elétrons de condução é igual a ϵ_F só podem escapar aqueles que tem energia cinética ϵ_x maior do que $\Phi = W - \epsilon_F$. Assim, a corrente de elétrons I_x que escapa do catodo é dada por

$$J_x = (4\pi\epsilon m k_B T/h^3) \int_W^\infty \ln \{ \exp[(\epsilon_F - \epsilon_x)/k_B T + 1] + 1 \} d\epsilon_x \quad (\text{A.3}).$$

Notemos que W deve ser consideravelmente maior do que ϵ_F , pois para temperaturas ordinárias os elétrons não escapam do metal. Desse modo, no intervalo de integração que vai de W até ∞ , $\Theta = (\epsilon_F - \epsilon_x)/k_B T$ é um número negativo muito grande. Assim, fazendo $\exp[\Theta + 1] \approx \exp[\Theta] \ll 1$ teremos o integrando $\ln \{ \exp[\Theta] + 1 \} \approx \exp[\Theta]$. Portanto,

$$J_x \approx (4\pi\epsilon m k_B T/h^3) \int_W^\infty \exp[(\epsilon_F - \epsilon_x)/k_B T] d\epsilon_x,$$

resultando a **Lei de Richardson-Dushman** para o Efeito Termiônico:

$$J_x = A T^4 \exp(-\Phi/k_B T) \quad (\text{A.4}),$$

onde $A = 4\pi\epsilon m k_B^2/h^3$ e a “função trabalho” $\Phi = W - \epsilon_F$.

Apêndice B. Corrente de Saturação de Langmuir-Child.

Sendo d a distância entre K e P vamos mostrar qual deve ser a mínima diferença de potencial V_{\min} entre a K e P para que seja atingida a corrente de saturação I_s mostrada na Fig.(1.2). Assumiremos que a diferença de potencial num ponto x entre K e P seja $V(x)$ e que todos os elétrons abandonem K com velocidade zero. Desse modo, num ponto x a velocidade de um elétron será $v(x) = [2eV(x)/m]^{1/2}$. Sendo $n(x)$ a densidade de elétrons num plano entre K e P e supondo que a densidade de corrente seja a de saturação $J_s(x)$ ao longo do plano x teremos,

$$J_s(x) = en(x)v(x) = \rho(x) [2eV(x)/m]^{1/2} \quad (\text{B.1}),$$

De onde obtemos,

$$\rho(x) = J_s(x) [m/2eV(x)]^{1/2} \quad (\text{B.2}).$$

Levando em conta^(1,2) a equação de Poisson $d^2V(x)/dx^2 = \rho(x)/\epsilon_0$ e (B.2) decorre

$$d^2V(x)/dx^2 = J_s(x) [m/2eV(x)]^{1/2}/\epsilon_0 \quad (\text{B.3}).$$

É fácil vermos⁽¹⁾ que a primeira integral de (B.3) é dada por

$$(dV(x)/dx)^2 = (4/\epsilon_0) J_s(x) \sqrt{m/2e} [V(x)]^{1/2} \quad (\text{B.4}),$$

assumindo que $dV(x)/dx = 0$ e $V(x) = 0$ em $x = 0$. Extrairdo-se a raiz quadrada de ambos os membros de (B.4) temos,

$$V^{-1/4} dV = [(4/\epsilon_0) J_s(x) \sqrt{m/2e}]^{1/2} x \quad (\text{B.5}),$$

que integrando dá

$$(4/3)V^{3/4} = [(4/\epsilon_0) J_s(x) \sqrt{m/2e}]^{1/2} x + C.$$

Pondo $V(0) = 0$, $C = 0$ e levando em conta que para $x = d$ temos $V(d) = V_{\min}$ obtemos

$$V_{\min}^{3/4} = (3/4) [(4/\epsilon_0) J_s(d) \sqrt{m/2e}]^{1/2} d \quad (\text{B.6}),$$

De onde resulta a **equação de Langmuir-Child**

$$J_s = (4\epsilon_0/9) (2e/m)^{1/2} V_{\min}^{3/2} / d^2 \quad (\text{B.7}).$$

REFERÊNCIAS

- (1) (a) F.W.Sears. “Eletromagnetismo”. Ao Livro Técnico (1956).
- (b) F.W.Sears e M.W.Zemansky. “Física”. Ao Livro Técnico (1959).
- (c) F.W.Sears e M.W.Zemansky. “Ótica e Física Moderna”. Addison Wesley (2004).
- (2) R.A.Serway. “Física 4”. Livros Técnicos e Científicos (1992).
http://en.wikipedia.org/wiki/Thermionic_emission
- (3) F.W.Sears. “Thermodynamics”. Addison-Wesley (1953), pag.337.
- (4) D.Halliday, R.Resnick e J.Merrill. “Fundamentos de Física”, vol.4(1991), pag.240.
- (5) R.Eisberg e R.Resnick. “Física Quântica”, Editora Campus (1979), pag.59
- (6) http://pt.wikipedia.org/wiki/Diodo_semicondutor
- (7) <http://es.wikipedia.org/wiki/Diodo#mw-head>
- (8) http://en.wikipedia.org/wiki/Diode_modelling
- (9) http://pt.wikipedia.org/wiki/Diodo_emissor_de_luz
- (10) http://www.solenerg.com.br/files/monografia_cassio.pdf
- (11) http://pt.wikipedia.org/wiki/Dispositivo_de_carga_acoplada
- (12) <http://www.electronica-pt.com/componentes-eletronicos/transistor-tipos>
http://todi.est.ips.pt/beirante/electronica1/Acet_BJT.pdf
- (13) A.Sommerfeld. “Thermodynamics and Statistical Mechanics”. Academic Press (1964)