# INSTITUTO DE FÍSICA

# preprint

IFUSP/P-297

## MODELOS COM SUPERSIMETRIA GLOBAL OU LOCAL
## - UMA INTRODUÇÃO -



E. Abdalla e R. S. Jasinschi

Instituto de Física - Universidade de S.Paulo
São Paulo, C.Postal 20516 - Brasil

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA
Caixa Postal - 20.516
Cidade Universitária
São Paulo - BRASIL

MODELOS COM SUPERSIMETRIA GLOBAL OU LOCAL - UMA INTRODUÇÃO

E. Abdalla e R.S. Jasinschi

RESUMO

Apresentamos idéias gerais de supersimetria. Quando o parâmetro fermionico de transformação torna-se local, incluimos campos de gauge levando a gravitação, que acaba por ser conseqüência natural da supersimetria.

ABSTRACT

We present general ideas of supersymmetry. When the parameter of the transformation is made local, we include gauge fields, and gravitation comes about as a consequence.

OUT/81



1. SUPERSIMETRIA

Esta é uma simetria que transforma bosons em fermions e vice-versa[1][2][3]. Supersimetria pode vir a ter um papel importante em partículas elementares conforme discutiremos mais adiante, apesar de problemas fenomenológicos referentes a teorias supersimétricas[4], como um rápido decaimento do proton devido a um tripleto de escalares coloridos mediadores de reações que violam a conservação do número bariônico.

Introduziremos supersimetria através do supercampo[5]. Este objeto será, para nós, uma função (escalar ou vetorial) $\phi(x_\mu,\theta)$ que depende da variável de espaço tempo $x_\mu$ e de um espinor de Grassman $\theta$, que se transforma, por uma transformação de supersimetria como:

$$\phi(x,\theta) \to \phi'(x,\theta) = \exp(-i\bar{Q}\varepsilon)\phi(x,\theta)\exp(i\bar{Q}\varepsilon) \qquad (1.1)$$

onde $\varepsilon$ é um espinor de Majorana (constante), pertencente a uma álgebra anticomutativa.

Para $\varepsilon$ infinitesimal, a variação do supercampo é dada por

$$\delta\phi = \bar{\varepsilon}D\phi \qquad (1.2)$$

onde

$$(D\phi)_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta_\alpha} + i(\gamma^\mu\theta)_\alpha\,\partial_\mu \qquad (1.3)$$

Supersimetria é uma simetria com relação à seguinte transformação

$$\theta \to \theta' = \theta + \varepsilon \qquad (1.4a)$$

$$x_\mu \to x'_\mu = x_\mu - i\bar{\varepsilon}\gamma_\mu\theta \tag{1.4b}$$

Veremos mais adiante como estas transformações, quando aplicadas ao supercampo, dão origem a uma simetria entre bosons e fermions.

Em primeiro lugar construiremos a ação invariante. Para isto notemos que a medida $d\bar{\theta}d\theta$ e o produto $\overline{D\phi}D\phi$ são invariantes. Definiremos a ação supersimétrica como:

$$S = \int dx\, d\bar{\theta}\, d\theta\, L(\phi, D\phi) \tag{1.5}$$

a integral em $x$ é sobre todo o espaço tempo.

Não definiremos ainda o número de dimensões até o momento arbitrário ($n$ inteiro $\leq 4$).

O supercampo $\phi(x,\theta)$ pode ser expandido em uma série de potências em torno de $\theta = 0$. Devido ao fato de $\theta$ ser uma variável de Grassman, o número de termos desta expansão é finito, e podemos até integrar (1.5) sobre $\theta$ de maneira trivial, escrevendo a ação apenas em termos de campos dependentes de $x_\mu$.

Em 4 dimensões temos uma expansão cujos termos não nulos são até de ordem 4 em $\theta$, e em termos dos espinores de Weyl $\theta_\alpha, \theta_{\dot{\alpha}}$ definidos por:

$$\theta_\alpha = \left(\frac{1-i\gamma_5}{2}\,\theta\right)_\alpha \qquad . \qquad \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} = (\theta_\alpha)^* = \frac{1+i\gamma_5}{2}\,\theta$$

temos

$$\phi(x,\theta,\bar{\theta}) = \phi(x) + i\theta^\alpha\chi_\alpha - i\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\bar{\chi}^{\dot{\alpha}} + \theta^\alpha\theta_\alpha\,\frac{i}{2}\,(\eta+i\sigma) -$$

$$- \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\,\frac{i}{2}\,(\eta-i\sigma) - \theta\sigma_\mu\bar{\theta}\,A^\mu + i\theta^\alpha\theta_\alpha\bar{\theta}_{\dot{\beta}}\,(\bar{\lambda} - \frac{i}{2}\partial_\mu\chi\,\sigma^\mu)^{\dot{\beta}} -$$

$$- i\,\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\beta}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}(\lambda + \frac{i}{2}\,\sigma^\mu\partial_\mu\,\bar{\chi})_\beta + \theta^\alpha\theta_\alpha\bar{\theta}_{\dot{\beta}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\,\frac{1}{2}(\kappa + \Box\Omega) \tag{1.6}$$



Em duas dimensões temos a expressão mais simples:

$$\phi(x,\theta) = \varphi(x) + \bar{\theta}\psi + \frac{1}{2}\,\bar{\theta}\,\theta F \tag{1.7}$$

Para nossos propósitos basta analisarmos (1.7). Em primeiro lugar analisaremos as propriedades de transformação das componentes do supercampo, e verificaremos explicitamente, que as transformações de supersimetria (1.4) correspondem à mencionada simetria entre bosons e fermions. Assim, se $\phi(x,\theta)$ for como (1.7):

$$\phi(x_\mu - i\bar{\varepsilon}\gamma_\mu\theta\ ,\ \theta+\varepsilon) = \varphi(x) - i\bar{\varepsilon}\gamma^\mu\theta\partial_\mu\varphi$$

$$+ \bar{\theta}\psi + \bar{\varepsilon}\psi - i\bar{\varepsilon}\gamma^\mu\theta\;\;\bar{\theta}\partial_\mu\psi + \bar{\varepsilon}\theta F \tag{1.8}$$

de onde vemos que:

$$\delta\varphi = \bar{\varepsilon}\psi \tag{1.9a}$$

$$\delta\psi = i\,\gamma^\mu\varepsilon\partial_\mu\varphi + \varepsilon F \tag{1.9b}$$

portanto a supersimetria mistura efetivamente bosons e fermions, já que a variação do campo de bosons $\delta\varphi$ é proporcional ao campo de fermions $\psi$ e a variação de $\psi$ é proporcional aos campos de bosons.

Supersimetria é gerada por um operador $Q_\alpha$, tal que $Q_\alpha|b\rangle \sim |f\rangle$

$$Q_\alpha|f\rangle \sim |b\rangle$$

isto é

$$Q_\alpha|s\rangle \sim |s \pm 1/2\rangle$$

de tal modo que $Q_\alpha$ tem spin 1/2 . Em um modelo lagrangeano supersimétrico isto pode ser visto de maneira simples, observando que a corrente de supersimetria é algo do tipo:

$$(J^\mu)_\alpha = (\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^\nu)_\alpha \, \partial_\nu \varphi + \text{(alguma coisa)}$$

Podemos formar o anticomutador de $Q_\alpha$ com $\bar{Q}_\beta$ , deve ser spin 1 e ser conservado. Este anticomutador tem sua forma restrita pelo teorema de Coleman-Mandula[6], e a menos que existam cargas centrais, e de uma possível normalização.

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = \gamma^\mu_{\alpha\beta} P_\mu \qquad (1.10)$$

A relação acima é parte da chamada álgebra de Lie gradada que descreve a supersimetria. Este nome provem do fato de que esta álgebra é uma extensão da álgebra de Lie habitual,mas onde há uma distinção entre elemento pares e elementos ímpares, sendo que os ímpares entre si satisfazem regras de anticomutação, e os demais, regras de comutação.

No espaço de Mikonski em 3+1 dimensões, a álgebra gradada é dada por

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = \gamma^\mu_{\alpha\beta} P_\mu \qquad (1.11a)$$

$$[P_\mu, Q_\alpha] = 0 \qquad (1.11b)$$

$$[Q_\alpha, M^{\mu\nu}] = i\sigma^{\mu\nu}_{\alpha\beta} Q_\beta \qquad (1.11c)$$

onde $\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ , e ainda as relações usuais de comutação entre os $P_\mu$ e $M_{\mu\nu}$ .

De (1.11a) vem que duas transformações de supersimetria contém uma transformação de Poincaré:



$$[\delta_{\varepsilon_1}, \delta_{\varepsilon_2}] = [\bar{\varepsilon}_1^\alpha Q_\alpha, \bar{\varepsilon}_2 Q_\beta] \sim \bar{\varepsilon}_1 \gamma \varepsilon_2 P \qquad (1.12)$$

relação essa que terá implicações no caso de supersimetria local.

## 2. SUPERSIMETRIA E PARTÍCULAS ELEMENTARES

Um dos problemas de física das partículas elementares é o chamado problema das hierarquias.

A massa de grande unificação é da ordem de $10^{15}$ Gev, enquanto a massa do escalar de Higgs que quebra a simetria $SU(2) \times U(1)$ é da ordem de 300 Gev. O problema é saber porque o escalar de Higgs não possue uma massa com a mesma ordem de grandeza da massa de grande unificação. Há esperanças de se resolver o problema, admitindo-se que supersimetria seja uma simetria da natureza. Numa teoria supersimétrica, temos que $\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = \gamma^\mu_{\alpha\beta} P_\mu$, de onde vem a hamiltoniana $(P_o)$ é dada por

$$H = \frac{1}{2} \Sigma Q_\alpha^2 \qquad (2.1)$$

Supersimetria será quebrada se e somente se, o valor esperado no vácuo da hamiltoniana for diferente de zero,ou seja:

$$Q_\alpha|0\rangle = 0 \iff \langle 0|H|0\rangle = 0 \qquad (2.2)$$

A quebra de supersimetria deve gerar a massa do escalar de Higgs. No entanto, há um teorema em teorias supersimétricas - teorema de não normalização, que diz que se supersimetria não for quebrada na aproximação de arvore, ela não o será em qualquer ordem finita de perturbação. Somente efeitos não perturbati vos podem gerar massa para o escalar de Higgs. Isto quer dizer que esta massa deve exponencialmente pequena, o que é possível por efeito de instantons ou aproximação $1/n$. Para maiores detalhes ver ref. (4).

## 3. EXEMPLOS DE TEORIAS SUPERSIMÉTRICAS

Um exemplo simples de supersimetria em 2 dimensões é o modelo $\sigma$ não linear[7]. O modelo puro é dado pela lagrangeana:

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu \varphi_i \partial^\mu \varphi_i \tag{3.1}$$

com o vínculo $\varphi_i \varphi_i = 1$ .

Supersimetria pode ser vista como a extensão do modelo para um supercampo $\phi_i$

$$\phi_i(x,\theta) = \varphi_i(x) + \bar\theta\, \psi_i(u) + \frac{1}{2}\bar\theta\,\theta\, F_i \tag{3.2}$$

com o vínculo:

$$\phi_i\,\phi_i = 1 \tag{3.3}$$

que implica:

$$\varphi_i\,\varphi_i = 1 \tag{3.4a}$$

$$\varphi_i\,\psi_i = 0 \tag{3.4b}$$

Definindo a densidade de Lagrangeana como:



$$L(x,\theta) = \frac{1}{2}\,(\overline{D\phi_i})_\alpha\,(D\phi_i)_\alpha \tag{3.5a}$$

onde $$D_\alpha = \frac{\partial}{2\theta_\alpha} + i(\gamma^\mu\theta)_\alpha\,\partial_\mu \tag{3.5b}$$

temos que

$$L(x) = \int d\bar\theta\, d\theta\, L(x,\theta) = \frac{1}{2}\partial_\mu \varphi_i\,\partial^\mu\varphi_i + \frac{i}{2}\bar\psi_i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_i + \frac{1}{8}(\bar\psi\psi)^2 \tag{3.6}$$

com os vínculos (3.4) e simetria:

$$\delta\varphi_i = \bar\varepsilon\,\psi_i \tag{3.7a}$$

$$\delta\psi_i = i\,\gamma^\mu\,\varepsilon\,\partial_\mu\varphi_i + \frac{1}{2}(\bar\psi\psi)\,\varepsilon\,\varphi_i \tag{3.7b}$$

A corrente de supersimetria é dada por

$$J_{\mu,\alpha} = \bar\psi\,\gamma^\mu\gamma^\nu\,\partial_\nu\varphi \tag{3.8}$$

Pode-se verificar explicitamente que:

$$[\delta(\varepsilon_1)\,,\delta(\varepsilon_2)]_i = -2i\,\bar\varepsilon_1\,\gamma^\mu\,\varepsilon_2\,\partial_\mu\varphi_i \tag{3.9}$$

## 4. SUPERSIMETRIA LOCAL

Supersimetria local contém desde o início gravitação[8] A transformação de supersimetria, contém derivados dos campos, e no caso local isto significa uma transformação de Poincaré que depende do ponto do espaço-tempo. Isto pode ser visto diretamente da álgebra gradada, ou de (1.12) ou (3.9), isto é:

$$[\delta_{\varepsilon_1}, \delta_{\varepsilon_2}] \sim \bar{\varepsilon}_1 \gamma^\mu \varepsilon_2 \partial_\mu \tag{4.1}$$

## 5. GRAVITAÇÃO CLÁSSICA - GENERALIDADES[9]

Se $\xi_a$ descrever um sistema inercial local, tal que:

$$\frac{d^2\xi_a}{dt^2} = 0 \tag{5.1}$$

e $x_\mu$ um sistema qualquer de coordenadas, temos que:

$$\frac{d^2\xi_a}{dt^2} = \frac{\partial^2\xi_a}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{du^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} + \frac{\partial\xi^a}{\partial x^\mu} \frac{d^2x^\mu}{dt^2} = 0 \tag{5.2}$$

Portanto:

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda} \frac{dx^\nu}{ds} \frac{dx^\lambda}{ds} = 0 \tag{5.3}$$

é o equivalente de (5.1) no sistema não inercial onde

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda} = \frac{\partial x^\mu}{\partial\xi_a} \frac{\partial^2\xi_a}{\partial x^\nu \partial x^\lambda} \tag{5.4}$$

e

$$g_{\mu\nu} = \eta^{ab} \frac{\partial\xi_a}{\partial x^\mu} \frac{\partial\xi_b}{\partial x^\nu} \tag{5.5a}$$

$$\eta^{ab} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & \ddots -1 \end{pmatrix} \tag{5.5b}$$



É importante ainda o campo "vierbein" ou tetrada

$$e^a_\mu = \frac{\partial\xi^a}{\partial x^\mu} \quad .$$

As derivadas covariantes, isto é, aquelas que se transformam corretamente por transformações de coordenadas locais, envolvem agora a conexão $\Gamma^\mu_{\nu\alpha}$ .

Para um campo escalar, a derivada covariante é simplesmente:

$$D_\mu\phi = \partial_\mu\phi \tag{5.6}$$

Mas para um campo vetorial, devemos levar em conta que a derivada da transformação do próprio campo não é igual à transformação da derivada do campo. Assim devemos ter um procedimento análogo à construção da derivada covariante no caso do eletromagnetismo, e a derivada covariante com propriedade de transformação correta é:

$$D_\nu A^\mu = \partial_\nu A^\mu + \Gamma^\mu_{\nu\alpha} A^\alpha \tag{5.7}$$

Para o caso de espinores, sabemos que

$$\psi \to \psi' = S\psi \tag{5.8}$$

onde

$$S = \exp i\,\sigma_{ab}\,\varepsilon^{ab} \quad , \quad \sigma_{ab} = \frac{1}{4}[\gamma_a, \gamma_b]$$

Neste caso a derivada covariante envolve uma outra conexão (conexão de spin):

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu + \frac{1}{2} \sigma^{ab} \omega_\mu^{ab}) \psi \quad . \tag{5.9}$$

Um campo vetorial transportado paralelamente por uma curva fechada termina com um valor diferente do inicial. Vale a relação

$$\delta_c A^\mu = -\frac{1}{2} \oint_c R^\mu_{\nu\alpha\beta} A^\nu x^\beta dx^\alpha \tag{5.10}$$

O tensor de curvatura em gravitação clássica é dado por:

$$R^\beta_{\alpha\nu\mu} = \partial_\nu \Gamma^\beta_{\alpha\mu} - \partial_\mu \Gamma^\beta_{\alpha\nu} + \Gamma^\beta_{\tau\nu} \Gamma^\tau_{\alpha\mu} - \Gamma^\beta_{\tau\mu} \Gamma^\tau_{\alpha\nu} \quad . \tag{5.11}$$

O tensor de Ricci é dado pela contração:

$$R_{\mu\nu} = R^\alpha_{\mu\nu\alpha} \tag{5.12}$$

e a curvatura escalar é:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \tag{5.13}$$

A ação gravitacional é definida por:

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int dx \sqrt{-g} \; R \tag{5.13}$$

Somando-se à lagrangeana da matéria, temos a equação de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{5.14}$$

onde $T_{\mu\nu}$ é o tensor de energia momento dos campos de matéria.



As equações de campo acima, no entanto, são difíceis de ser tratadas quanticamente. Isto porque a constante G tem dimensão negativa, e a teoria é não normalizável. O problema torna-se grave, pois em nosso conhecimento atual, uma teoria não normalizável não possue poder de predição, pois necessita de um número infinito de constantes para ser implementada.

## 6. SUPERGRAVIDADE

A renormalizabilidade de teorias supersimétricas locais é melhor que gravitação pura, devido a cancelamentos entre bosons e fermions. Supergravidade é uma teoria supersimétrica, cujo parâmetro de supersimetria depende do espaço-tempo. A equação (4.1) diz que é gerada, naturalmente, a gravitação. Devido ao caráter local da interação, são gerados 3 campos de gauge (conexões):

1. Conexão de Lorentz local: $\omega_\mu^{ab}$ . Este campo não é independente, podendo ser escrito em termos dos campos fundamentais (graviton ou gravitino).

2. Conexão de Poincaré local: $g_{\mu\nu}$ (ou $e_\mu^a$) que corresponde ao Graviton (spin 2).

3. Conexão de supersimetria local: $G_\mu^{(\alpha)}$ que corresponde ao gravitino, e é um fermion vetorial, tendo então spin 3/2.

Um exemplo simples é o modelo $\sigma$ não linear supersimétrico. Para construir a lagrangeana de supergravidade correspondente seguimos os seguintes passos[10]:

1. Construção da lagrangeana globalmente invariante.

2. A variação da mesma reproduz termos do tipo $J^\mu \partial_\mu \varepsilon$ onde $J^\mu$ é a corrente de supersimetria. Neste passo introduzimos o campo do gravitino, e o primeiro termo novo passa a ser:

$J^{\mu}\, G_{\mu}$

3. A variação de $J^{\mu}$ deste primeiro termo produz um termo $G_{\mu}\, J^{\mu\nu}\, \partial_{\nu} \varepsilon$ . Juntamos um segundo termo $\frac{1}{2}\, G_{\mu}\, J^{\mu\nu}\, G_{\nu}$ .

4. A variação da lagrangeana total só produz termos proporcionais a $\varepsilon$, não à derivada de $\varepsilon$, por construção. Estes são eliminados fazendo-se as contrações dos índices vetoriais com $G^{\mu\nu}$, e escrevendo as matrizes $\gamma$ como:

$$\gamma^{\mu} = e^{\mu}_{a}\, \gamma^{a}$$

onde $\gamma^{a}$ são as matrizes no espaço plano e $e^{\mu}_{a}$ o campo de vierbein.

5. As derivadas dos fermions passam a incluir a conexão de spin.

6. Adiciona-se a lagrangeana gravitacional

$$\frac{1}{8\pi G} \int dx\, \sqrt{-g}\, R$$

7. Adiciona-se a lagrangeana livre do gravitino, que em 4 dimensões é a lagrangeana de Rarita-Schwinger

$$L_{3/2} = \bar{G}_{\mu}\, \gamma^{5}\, \gamma_{\nu}\, \partial_{\rho}\, G_{\beta}\, \varepsilon^{\mu\nu\rho\beta}$$

No caso do modelo $\sigma$ os passos ficam(12), esquematicamente:

1) $L = \frac{1}{2}\, \partial_{\mu} \varphi_{i}\, \partial^{\mu} \varphi_{i} + \frac{i}{2}\, \bar{\psi}_{i}\, \gamma^{\mu}\, \delta_{\mu}\, \psi + \frac{1}{8}\, (\psi\psi)^{2}$

Onde
$$\delta \varphi_{i} = \bar{\varepsilon}\, \psi_{i}$$

$$\delta \psi_{i} = -\, i\, \gamma^{\mu}\, \varepsilon\, \partial_{\mu} \varphi_{i} + \frac{1}{2}\, (\bar{\psi}\psi)\, \varphi_{i}\, \varepsilon$$



2) $\delta L = J^{\mu}\, \partial_{\mu}\, \varepsilon$

$$J^{\mu} = \bar{\psi}_{i}\, \gamma^{\mu}\, \gamma^{\nu}\, \partial_{\nu} \varphi_{i}$$

Introduzimos $G_{\mu}$ , $\delta G_{\mu} = -\, \partial_{\mu}\, \varepsilon$

$$L_{1} = L + G_{\mu}\, J^{\mu}$$

3) Mas $\delta J^{\mu} = \bar{\psi}\, \gamma^{\mu}\, \gamma^{\nu}\, (\partial_{\nu}\, \bar{\varepsilon}\, \psi)$

$$L_{2} = L + \bar{\psi}_{i}\, \gamma^{\mu}\, \gamma^{\nu}\, \partial_{\nu} \varphi_{i}\, G_{\mu} - \frac{1}{4}\, (\bar{\psi}\psi)\, \bar{G}_{\mu}\, \gamma^{\nu}\, \gamma^{\mu}\, G_{\nu}$$

4) $\delta L_{2}$ só contém termos em $\varepsilon$ (sem derivados). Agora

$$S = \int d^{2}x\, \sqrt{-g}\, L$$

$$L = + \frac{1}{2}\, g^{\mu\nu}\, \partial_{\mu} \varphi_{i}\, \partial_{\nu} \varphi_{i} + \frac{i}{2}\, e^{\mu}_{a}\, \bar{\psi}\, \gamma^{a}\, \partial_{\mu}\, \psi$$
$$+ \frac{1}{8}\, (\bar{\psi}\psi)^{2} + \bar{\psi}\, \gamma_{a}\, \gamma_{b}\, \partial_{\nu} \varphi_{i}\, G_{\mu}\, e^{\mu}_{a}\, e^{\nu}_{b}$$
$$- \frac{1}{4}\, (\bar{\psi}\psi)\, \bar{G}_{\mu}\, \gamma_{a} \gamma_{b}\, G_{\nu}\, e^{\nu}_{a}\, e^{\mu}_{b}$$

5) $\delta G_{\mu} = -\, D_{\mu}\, \varepsilon = -\, \partial_{\mu}\, \varepsilon - \omega^{ab}_{\mu}\, \sigma_{ab}\, \varepsilon$

6) $\int d^{2}x\, \sqrt{-g}\, R = 0$

pois em 2 dimensões a ação gravitacional é uma constante.

7) A lagrangeana de Rarita-Schwinger em 2 dimensões é identicamente nula.

Temos aí um modelo de gravitação que se pode expandir em potências de $1/n$ , onde $n$ é o número de componentes. No caso de não haver o termo quártico $(\bar{\psi}\psi)^2$ o modelo[10] é equivalente ao modelo de cordas de Neveu-Schwartz-Ramond[11].

**REFERÊNCIAS**

(1) P. Fayet, S. Ferrara - Phys. Rep. 32 (1977) 250.

(2) Yu. A. Gel'fand, E.P. Likhtman - JETP Letters 13 (1971) 323.

(3) D.V. Volkov, V.P. Akulov - Phys. Lett. 46B (1973) 109,
Theor. Math. Phys. 18 (1974) 39.

(4) E. Witten - preprint, Trieste 1981.
Erice Lectures 1981.

(5) A. Salam, J. Strathde - Nucl. Phys. B76 (1974) 477.

(6) S. Coleman, J. Mandula - Phys. Rev. 159 (1967) 1251.

(7) E. Witten - Phys. Rev.

(8) P. van Nieuwenhuizen, Phys. Rep. 68 (1981) 189.

(9) S. Weinberg - Gravitation.

(10) S. Deser, B. Zumino - Phys. Lett. 62B (1976) 335.

(11) A. Neveu, J.H. Schwarz - Nucl. Phys. B31 (1971) 86.
P. Ramond - Phys. Rev. D3 (1971) 2415.

(12) E. Abdalla, R.S. Jasinschi, a ser publicado.

* * *

O autor agradece a M.C.B.Abdalla por discussões e leitura e ao CNPq pelo apoio financeiro parcial.

R.S.Jasinschi agradece ao CNPq e FAPESP pelo apoio financeiro.