

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**INSTITUTO DE FÍSICA  
CAIXA POSTAL 20516  
01498 SÃO PAULO - SP  
BRASIL**

# **PUBLICAÇÕES**

**IFUSP/P-945**

**UM MODELO DE FLUXO PARA CARACTERIZAÇÃO  
DE SISTEMAS ESCOLARES**

**Otaviano Helene**

**Instituto de Física, Universidade de São Paulo**

**Outubro/1991**

# UM MODELO DE FLUXO PARA CARACTERIZAÇÃO DE SISTEMAS ESCOLARES

Otaviano Helene

Instituto de Física, Universidade de São Paulo,  
Caixa Postal 20516, 01498 São Paulo, SP

Este trabalho apresenta um modelo de fluxo para o sistema de escolarização. O modelo proposto permite estimativas da escolaridade média, das taxas de evasão e da dispersão da escolarização de uma população a partir das taxas de matrícula nas diversas séries escolares. Os resultados obtidos são comparados com o modelo atualmente adotado. Foram determinadas as principais características dos sistemas escolares de 78 países.

## I. INTRODUÇÃO

Há algumas informações sobre um sistema escolar que são relevantes se se quer analisar a sua performance. Estas informações são:

a) **Escolaridade média esperada** - Deve-se entender por escolaridade média esperada o número médio de anos de estudo que teria uma população após deixar o sistema escolar se este sistema permanecesse inalterado no que diz respeito as porcentagens da população atingida em cada série escolar. No caso de países cuja taxa de crescimento demográfico é nula, o sistema é considerado inalterado se o número de

estudantes em cada série permanece sempre o mesmo. No caso de países com crescimento populacional não nulo o sistema é considerado inalterado no que diz respeito à porcentagem da população atendida se a taxa de crescimento do número de alunos em cada série é igual a taxa de crescimento demográfico.

A escolaridade média esperada pode ser estimada a partir das taxas de matrículas nas diversas séries escolares, informação esta possível em publicações internacionais.

A escolaridade média de uma população adulta é mais difícil de se obter a partir das publicações de agências internacionais. Entretanto, ela pode ser estimada como sendo a escolaridade média esperada de três décadas atrás, uma vez que é essa a diferença aproximada de idade da população adulta e da população estudantil.

b) **Evasão escolar** - Evasão escolar até uma determinada série é a porcentagem de alunos que não completaram aquela série escolar. Essa evasão não pode ser medida simplesmente a partir da razão do número de alunos matriculados numa determinada série em relação ao número de alunos na primeira série escolar pelo menos por duas razões: o crescimento demográfico e o fato que, seja por causa de reprovações ou por causa de evasão com matrícula posterior na mesma série, o número de alunos matriculados em uma determinada série escolar não corresponde ao número de alunos que de fato concluirão essa série.

c) **Indicadores de repetência** - O número de vezes que, em média, os alunos se matriculam em uma determinada série escolar até que logrem aprovação é um indicador da eficiência de um sistema escolar. Esse

número médio de matrículas é dependente da evasão com nova matrícula e da repetência escolar.

d) Desigualdade na escolarização - Além da escolaridade média pode ser interessante para algumas análises uma estimativa da não uniformidade dessa escolarização. Por exemplo, um sistema escolar pode garantir uma escolaridade média de 6 anos a toda a população garantindo que ninguém terá menos ou mais do que 6 anos de escolarização. Outro sistema poderá garantir a mesma escolaridade média de uma forma menos uniforme, garantindo 12 anos de escolaridade a metade da população e escolaridade nula a outra metade. Essa desigualdade pode estar relacionada com outros indicadores de desigualdades numa sociedade (como distribuição de renda ou desigualdades regionais).

A obtenção desses quatro indicadores pode, para alguns países, custar um esforço bastante grande de levantamento bibliográfico e ser bastante demorado. O que se pretende aqui é desenvolver um modelo para o funcionamento de um sistema escolar que use como dados aqueles disponíveis em publicações internacionais de fácil acesso e que permita estimar aqueles indicadores com a precisão necessária para viabilizar as conclusões qualitativas que se quer obter. Essas conclusões são do tipo: o sistema escolar de um país evoluiu mais do que o de outro país; em determinado período um sistema escolar evoluiu mais/menos do que em outro período; determinado nível de evasão escolar que era atingido em uma série escolar é agora atingido em outra série mais avançada ou mais atrasada; há ou não correlação entre a desigualdade na escolarização de uma população e na distribuição de renda.

## II. DADOS USADOS

Os dados mais facilmente disponíveis em publicações internacionais são a taxa de matrícula em um determinado grau escolar (primário, secundário e terciário) e a distribuição dos alunos em cada uma das séries do primário e do secundário<sup>(1,2)</sup>. As taxas de matrícula são em geral tomadas como percentual da população na faixa etária correspondente a cada grau escolar. Chamaremos de  $Q_i$ ,  $i=1$  para o primeiro grau, 2 para o segundo grau e 3 para o terceiro grau, a taxa de matrícula em cada grau do ensino.

A distribuição dos alunos em cada um dos anos de um determinado grau chamaremos de  $\alpha_{ij}$ , onde  $i$  é um índice que varia de 1 ao número de anos de um grau escolar e  $j = 1, 2, 3$  indica o grau escolar.  $\alpha_{ij}$  é dado por:

$$\alpha_{ij} = \frac{m_{ij}}{N} \quad (1)$$
$$N = \sum_{i=1}^n m_{ij}$$

onde  $m_{ij}$  é o número absoluto de alunos na série  $i$  do grau  $j$ .

A tabela 1 ilustra esses dados em um caso hipotético. Em geral não se dispõem de dados sobre a divisão dos alunos nos cursos de terceiro grau. Assim seremos obrigados a usar como hipótese que o terceiro grau tem, em todos os países, 5 anos de duração e uma taxa de diminuição do número de alunos matriculados de 10% ao ano. As consequências dessas hipóteses serão discutidas no final. Quanto a estrutura do primeiro e segundo graus, há informações suficientes disponíveis para quase todos os países e facilmente acessíveis<sup>(1)</sup>.

Tabela 1 - Esta tabela ilustra a forma de divulgação internacional dos dados característicos do sistema que o número total de alunos matriculados no primeiro grau corresponde a 85% da população na faixa etária correspondente. Esses alunos são distribuídos pelas várias séries escolares do primeiro grau nas percentagens indicadas por  $\alpha_{ij}$ .

Taxa de matrícula no 1º grau - $Q_1 = 85\%$
Taxa de matrícula no 2º grau - $Q_2 = 32\%$
Taxa de matrícula no 3º grau - $Q_3 = 14\%$
Distribuição de alunos no 1º grau ( $\alpha_{i1}$ )
38% - 21% - 12% - 11% - 10% - 8%
Distribuição de alunos no 2º grau ( $\alpha_{i2}$ )
26% - 23% - 19% - 17% - 15%

A partir dos dados  $Q_j$  e  $\alpha_{ij}$  é possível estimar as taxas de matrícula em cada ano escolar, taxas essas medidas em relação a população na faixa etária correspondente aquele ano escolar. Chamaremos de  $p_{ij}$  essa taxa de escolarização da série  $i$  do grau  $j$ . Se  $p_{ij}$  é a população na faixa etária correspondente à série  $i$  do grau  $j$ , temos

$$q_j = \frac{\sum_{i=1}^M m_{ij}}{M} \cdot 100\% \quad (2)$$

(onde,  $M$  é o número de anos de estudo no grau  $j$ ) e

$$p_{ij} = \frac{m_{ij}}{q_j} \quad (3)$$

Supondo uma taxa de crescimento demográfico  $r=100\%$  ao ano, temos que

$$p_{ij} = p_{1j} F^{i-1}, \quad (4)$$

onde

$$F = \frac{1}{1+r}. \quad (5)$$

Combinando as equações (1), (2), (3) e (4) obtemos então

$$p_{ij} = \frac{\alpha_{ij} q_j \sum_{k=1}^M F^k}{F_i} \quad (6)$$

que nos permite obter a taxa de matrícula no ano  $i$  do grau  $j$  a partir de informações disponíveis em publicações internacionais.

A tabela 2 mostra a taxa de matrícula em cada uma das séries escolares correspondentes à situação hipotética da tabela 1 e supondo uma taxa de crescimento populacional de 3% ao ano.

A eq. (6) é apenas parcialmente correta no sentido que não leva em conta pessoas que estejam cursando determinada série escolar com idade diferente da média das idades dos demais alunos. Entretanto essa correção não parece ser necessário. Mesmo no Brasil, que apresenta um dos sistemas escolares mais caóticos do mundo, a média da idade dos alunos varia de cerca de um ano de uma série para outra, guardando um atraso sistemático de 3,5 anos em relação a idade esperada caso todos ingressem no sistema escolar com a mesma idade e o percorressem sem reprovações.

Tabela 2 – Taxa de escolarização para cada um dos anos de ensino no caso hipotético da tabela 1.

ano	taxa de escolarização $\rho$ (%)	ano	taxa de escolarização $\rho$ (%)
1	180	9	30
2	102	10	28
3	60	11	26
4	57	12	16
5	53	13	15
6	44	14	14
7	39	15	13
8	36	16	12

Admitiremos que as taxas de matrículas correspondam a matrículas no início do ano letivo.

### III. O MODELO

O modelo adotado será o de um percurso que inicia-se na primeira série do primeiro grau e termina 16 anos depois, na última série do terceiro grau (suporemos que todos os países tenham um sistema escolar de 16 anos). A medida que um estudante percorre esse sistema pode ser aprovado, reprovado, evadir-se de forma definitiva ou com nova matrícula. Como os dados usados não permitem distinguir reprovações com nova matrícula de evasão durante o ano com nova matrícula

posterior, ambos serão considerados apenas reprovações; da mesma forma, reprovação seguida de evasão será considerado apenas evasão durante o ano letivo. A figura 1 ilustra esse modelo de percurso. A partir deste modelo vamos supor que  $\rho_{ij}$  da eq. (6), então uma função discreta, possa ser tomada como uma função contínua,  $\rho(x)$ , onde  $x$  é uma variável independente contínua entre 0 (o início do primeiro ano escolar) e 16 (o fim do último ano do terceiro grau).

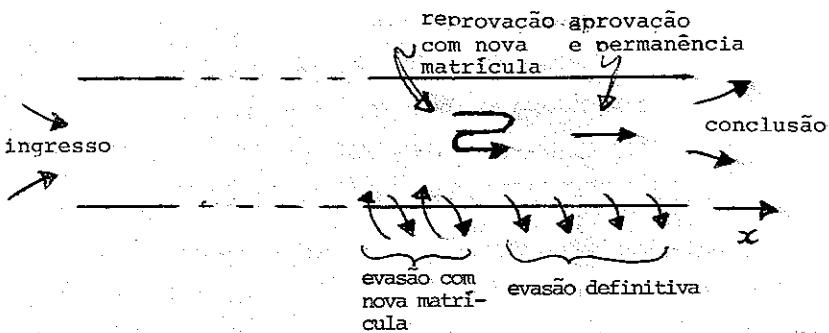


Figura 1 – Modelo adotado. Os estudantes ingressam no sistema escolar; durante o percurso eles podem se evadir e sofrer reprovações.

Vamos indicar por  $\varphi_e(x)$  a densidade da taxa de evasão do sistema escolar por unidade do percurso. Assim, a porcentagem de alunos que se evadem entre as posições  $x$  e  $x+dx$  do percurso escolar é

$$\rho_e(x) \cdot dx , \quad (7)$$

com essa definição  $\rho(x)$  e  $\varphi_e(x)$  estão relacionadas por

$$\rho(x) = \frac{1 - \int_0^x \varphi_e(y) dy}{v(x)} \quad (8)$$

onde  $v(x)$  é a velocidade de percurso dos estudantes no ponto  $x$ .

A equação (8) pode ser entendida da seguinte forma. Consideremos um aluno que represente a média dos alunos no sistema escolar. A probabilidade que esse aluno não se evada até o ponto  $x$  do percurso é

$$1 - \int_0^x \varphi_e(y) dy \quad (9)$$

Essa probabilidade é também proporcional a taxa de matrícula no ponto  $x$  do percurso. Entretanto, para que essa proporcionalidade seja correta, é necessário multiplicar a expressão (9) pelo número médio de vezes que esse aluno passará pelo ponto  $x$ , o que vale dizer, pelo inverso da sua velocidade no percurso.

A equação (8) pode ser escrita na forma diferencial

$$\rho_e(x) = - \frac{d}{dx} (\rho(x) \cdot v(x)) \quad (10)$$

é a equação que nos será útil posteriormente.

A equação (10) permite uma interpretação clara para o produto  $\rho \cdot v$ : é o fluxo de alunos que progride sem deixar o sistema escolar no ponto  $x$  de seu percurso; a variação (negativa) desse fluxo é a densidade do fluxo de alunos que abandona o sistema (sempre medidos em relação a população na faixa etária correspondente).

Se  $\varphi_e(x) dx$  é a probabilidade que um aluno abandone o sistema escolar entre  $x$  e  $x+dx$ , então

$$\rho_e(x) = \rho(x) \cdot \tau_e(x) \quad (11)$$

onde  $\tau_e(x)$  é a fração de alunos que se evadiram ao longo de um ano escolar. Combinando as equações (10) e (11) obtemos

$$\frac{d}{dx} (\rho v) = - \rho \tau_e \quad (12)$$

A velocidade de evolução escolar depende basicamente da taxa de reprovação (ou evasão com nova matrícula). Vamos chamar de  $\tau_r$  a probabilidade que um aluno venha a ser reprovado em uma determinada série escolar. Vamos supor também que essa probabilidade de reprovação não dependa de reprovações anteriores sofridas pelo mesmo aluno. Podemos então estimar o número médio de vezes que um aluno frequentará uma série escolar. A figura 2 ilustra o processo. A probabilidade que um aluno seja aprovado sem nenhuma reprovação é  $1-\tau_r$ ; a probabilidade que seja reprovado e venha, numa segunda tentativa, a ser aprovado é  $\tau_r(1-\tau_r)$  e assim por diante. Portanto, o número médio de vezes que um aluno se matricula em uma série escolar é então

$$\langle r \rangle = \sum_{i=1}^{\infty} i \tau_r^{i-1} (1 - \tau_r)^i = \frac{1}{1 - \tau_r} \quad (13)$$

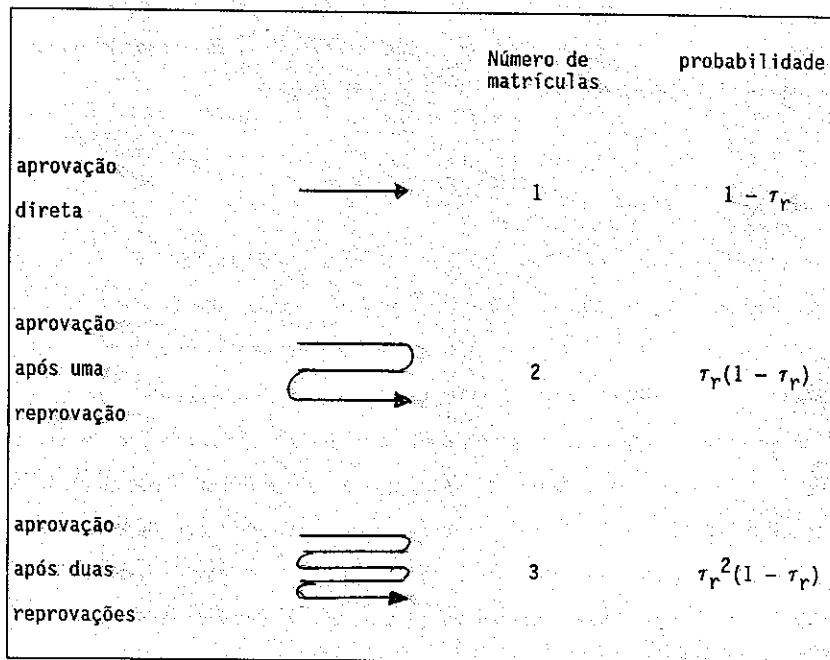
Consequentemente sua velocidade de progressão é, em média,

$$v = 1 - \tau_r \quad (14)$$

tanto maior quanto menor for  $\tau_r$ . Substituindo este resultado na eq. (12) temos

$$\frac{d}{dx} (\rho(1 - \tau_r)) = - \rho \tau_e \quad (12)$$

Figura 2



Esta equação, juntamente com a expressão que dá o fluxo de alunos no sistema,

$$\varphi = \rho v , \quad (16)$$

serão as equações básicas que usaremos para estudar um sistema escolar.

Todas as extrapolações e interpolações serão feitas linearmente.

As derivadas serão feitas numericamente. Como as eqs. (15) e (16) não nos permite determinar  $\tau_e$  e  $\tau_r$  suporemos então que ambos são iguais entre si.

#### IV. TESTES DO MODELO

As equações 15 e 16, com  $v$  definido pela equação 14, permite-nos estimar, a partir de dados divulgados em publicações facilmente acessíveis, vários parâmetros que caracterizam um sistema escolar. A questão que se coloca é saber se essas estimativas são adequadas e se são melhores do que outras. Vamos responder a essas questões a partir de testes feitos sobre sistemas escolares conhecidos.

##### A) Um sistema escolar muito desorganizado

A tabela 3 mostra as características de um sistema escolar hipotético que será usado para testar o modelo. Todas as características do sistema escolar são conhecidas, de tal forma que podemos calcular exatamente todos os dados necessários. Neste sistema as taxas de matrícula nos três graus escolares são:  $Q_1 = 85\%$ ,  $Q_2 = 32\%$  e  $Q_3 = 14\%$ .  $R$  é a taxa de reprovação no final do ano,  $E_1$  a taxa de evasão durante o ano letivo e  $E_2$  a taxa de evasão após a aprovação no ano letivo indicado.  $\rho_0$  na tabela 3 foi determinado diretamente a partir de  $R$ ,  $E_1$  e  $E_2$  e supondo que 100% das crianças entrem no sistema escolar. Nesse sistema hipotético estamos supondo que o primeiro e segundo graus tenham 6 anos cada.

Tabela 3 - Sistema A.

ano escolar	R	E1	E2	$\rho_0$	$\varphi_{saída}$	$\varphi_{abandono}$
1	0,50	0,10	0,10	182	82	18
2	0,30	0,10	0,10	101	64	18
3	0,10	0,05	0,05	63	54	10
4	0,10	0,05	0,05	57	49	5
5	0,10	0,05	0,05	51	44	5
6	0,10	0,05	0,05	46	39	5
7	0,10	0,05	0,05	41	35	4
8	0,10	0,05	0,05	37	32	3
9	0,10	0,05	0,05	33	28	4
10	0,10	0,05	0,05	30	26	2
11	0,10	0,05	0,05	27	23	3
12	0,10	0,05	0,30	24	21	2
13	0,10	0,10	0,10	18	15	6
14	0,10	0,10	0,10	15	12	3
15	0,10	0,10	0,10	12	10	2
16	0,10	0,10	0,10	9	7	3
						7
$Q_1 = 85$	$Q_2 = 32$	$Q_3 = 14$				

A partir dessas informações é possível determinar a porcentagem de alunos que deixam cada série escolar ( $\varphi_{saída}$ ). Assim, por exemplo, 82% das pessoas que ingressam no sistema escolar concluem a primeira

série do primeiro grau; 64% conclui a segunda série, etc.. A partir desses dados podemos determinar então a fração de estudantes que abandona o sistema escolar após completar cada série escolar (ou sem completar nenhuma). Este é dado por  $\varphi_{abandono}$ . Por exemplo, 18% das crianças (100% - 82%) abandonam o sistema escolar sem completar, com aprovação, nenhum ano escolar; 18% (82% - 64%) após completar o primeiro ano e assim sucessivamente, até que apenas 7% da população na faixa etária correspondente deixa o sistema escolar após completar todo o percurso.

A tabela 4 mostra as características desse sistema escolar determinadas exatamente a partir dos dados da tabela 3.

Vamos supor agora que tenhamos acesso apenas aos dados  $Q_j$  e  $\alpha_{ij}$ , desse sistema escolar. A partir desses dados — e supondo conhecida a taxa de crescimento populacional, 3% — usaremos as equações desenvolvidas para determinar as características do sistema, as quais serão comparadas com as da tabela 4.

Tabela 4 - Características do sistema A (da tabela 3).

Escolaridade média	-	5,41 anos
Desvio padrão da escolaridade média	-	5,35 anos
Taxa evasão até final da 4ª série	-	51%
Idem, 6ª série	-	61%
Idem, 8ª série	-	68%

A tabela 5 mostra os valores de calculados a partir da equação 6 (até o fim do segundo grau não há qualquer diferença entre os valores

das tabelas 3 - exatos - e 5 - estimados. Para o terceiro grau as diferenças são devidas ao fato que supomos que há uma redução de 10% no número de alunos de um ano para outro). A tabela 3 mostra também os valores de  $v$  calculados a partir da eq. (15) supondo  $\tau_r = \tau_e$ .

Os fluxos  $\varphi = \rho v$ , com  $\rho$  interpolado, estão também indicados na tabela 5. O primeiro valor,  $\varphi = 100$ , corresponde a hipótese que 100% dos alunos ingressa no sistema escolar. Os fluxos seguintes correspondem a fração da população que passa de uma série a série seguinte (por exemplo, 91% dos estudantes concluem o primeiro ano escolar e ingressam no segundo). A partir daí é direto determinar o número de alunos que deixam o sistema escolar sem completar determinado ano.

A tabela 6 mostra as estimativas feitas para esse sistema escolar. Esses dados da tabela 6 devem ser comparados com aqueles da tabela 4. O fato da estimativa parecer boa quando comparada com os dados da tabela 4 deve ser tomado com alguma cautela. A conclusão geral sobre a qualidade do modelo depende de outras situações que serão analisadas posteriormente.

Tabela 5 - Estimativas para o sistema A.

ano escolar	$\rho$	$v$	$\varphi$	$\varphi_e$
1	182		100	9
2	101	0,64	91	35
3	63	0,68	56	1
4	57	0,91	55	6
5	51	0,90	49	5
6	46	0,91	44	5
7	41	0,98	39	4
8	37	0,91	35	3
9	33	0,90	32	3
10	30	0,91	29	2
11	28	0,94	27	11
12	18	0,70	16	1
13	16	0,89	15	1
14	14	0,88	13	0
15	13	0,93	12	1
16	12	0,93	11	11

Tabela 6 – Estimativas das características do sistema A.

Escolaridade média	-	5,30 anos
Desvio padrão da escolaridade média	-	5,30 anos
Taxa evasão até final da 4 <sup>a</sup> série	-	51%
Idem, 6 <sup>a</sup> série	-	61%
Idem, 8 <sup>a</sup> série	-	68%

B) Outro sistema escolar

A tabela 7 mostra outro sistema escolar precário. Este sistema B, diferentemente do sistema A, é caracterizado por taxas de evasão nos primeiros anos superiores às taxas de reprovação. (O sistema A tinha taxas de reprovação superiores às taxas de evasão.) Neste sistema há taxas especialmente grandes de evasão após a conclusão do 4<sup>o</sup> ano escolar, do 8<sup>o</sup> ano e do 12<sup>o</sup> ano. Além disso, apenas 90% das crianças ingressam nesse sistema escolar. A tabela 8 mostra os indicadores deste sistema escolar calculados exatamente.

Tabela 7 – Sistema B.

ano escolar	R	E1	E2	$\rho_0$	$\psi_{saída}$	$\psi_{abandono}$
1	0,50	0,10	0,10	182	82	18
1	0,10	0,20	0,20	98	71	29
2	0,10	0,20	0,20	61	44	27
3	0,10	0,10	0,10	39	32	12
4	0,10	0,10	0,30	31	25	7
5	0,10	0,10	0,10	19	15	10
6	0,05	0,05	0,05	15	14	1
7	0,05	0,05	0,05	14	13	1
8	0,05	0,05	0,20	13	12	1
9	0,05	0,05	0,05	10	9	3
10	0,05	0,05	0,05	9	8	1
11	0,05	0,05	0,05	8	7	1
12	0,05	0,05	0,30	7	6	1
13	0,05	0,05	0,05	5	5	1
14	0,05	0,05	0,05	5	4	1
15	0,05	0,05	0,05	4	4	0
16	0,05	0,05	0,05	4	3	1
						3
$Q_1 = 44\% \quad Q_2 = 9 \quad Q_3 = 4,5$						

Tabela 8 – Indicadores do sistema escolar B.

Escolaridade média	-	2,72 anos
Desvio padrão da escolaridade média	-	3,83 anos
Taxa de evasão até final da 4 <sup>a</sup> série	-	75%
Idem, 6 <sup>a</sup> série	-	86%
Idem, 8 <sup>a</sup> série	-	88%

Vamos agora analisar esse sistema escolar a partir do modelo de percurso proposto. A tabela 9 apresenta as estimativas de  $\rho$ ,  $v$ ,  $\varphi$  e  $\psi_e$  feitas para esse sistema. Neste caso as estimativas de  $\rho$  divergem dos valores verdadeiros pois supomos que 100% dos alunos ingressam no sistema escolar, o que não é verdade (apenas 90% o fazem).

Há um absurdo na tabela 9: um fluxo negativo de evasão, o que não tem sentido. Entretanto ele será preservado, uma vez que qualquer outro procedimento dependeria de que critérios usar para eliminar esse absurdo. Além disso, no momento estamos interessados em conhecer as limitações do modelo proposto.

A tabela 10 apresenta as características estimadas para esse sistema a serem comparados com os valores verdadeiros da tabela 8.

Tabela 9 – Estimativas para o sistema B.

ano escolar	$\rho$	$v$	$\varphi$	$\psi_e$
1	114	0,69	64	100
2	72	0,69	41	36
3	46	0,77	31	23
4	34	0,68	19	10
5	21	0,87	17	12
6	18	0,85	14	2
7	15	1,07	17	3
8	16	0,73	10	7
9	11	0,91	10	0
10	10	0,82	7	3
11	8	0,78	5	2
12	6	0,85	5	0
13	5	0,82	4	1
14	4	1,00	4	0
15	4	1,00	4	0
16	4	4	4	4

Tabela 10. - Estimativas das características do sistema B.

Escolaridade média	-	2,61 anos
Desvio padrão da escolaridade média	-	3,8 anos
Taxa evasão até final da 4 <sup>a</sup> série	-	81%
Idem, 6 <sup>a</sup> série	-	86%
Idem, 8 <sup>a</sup> série	-	90%

### C) Um sistema escolar organizado

O terceiro sistema escolar que usaremos para testar o modelo proposto é um sistema bem organizado, com baixas taxas de evasão e com estrutura bem definida. Há uma grande evasão (20%) após o final da oitava série, o que sugere a existência de um curso primário terminal; em seguida há um curso secundário com saída anual de 10% dos alunos, podendo ser interpretado como formações parciais no final de cada ano escolar.

A tabela 11 mostra os valores de  $\rho$ ,  $\psi$  e  $\varphi_e$  para esse sistema escolar. Os indicadores desse sistema escolar aparecem na tabela 12.

A tabela 13 mostra os valores de  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $\psi$  e  $\varphi_e$  estimadas para o sistema C a partir do modelo proposto e a tabela 14 mostra as estimativas dos indicadores calculados. Os indicadores da tabela 14 devem ser comparados com aqueles da tabela 12.

Tabela 11. - Sistema C, um sistema organizado.

ano escolar	R	E1	E2	$\rho_0$	$\varphi_{saída}$	$\varphi_{abandono}$
					100	
1	0,10	0,02	0,01	111	98	2
2	0,05	0,02	0,01	102	95	3
3	0,05	0,02	0,01	99	92	3
4	0,05	0,02	0,01	96	89	3
5	0,05	0,02	0,01	93	87	2
6	0,05	0,02	0,01	90	84	3
7	0,05	0,02	0,01	87	81	3
8	0,05	0,02	0,20	84	78	3
9	0,05	0,05	0,10	66	60	18
10	0,05	0,05	0,10	56	51	9
11	0,05	0,05	0,10	48	43	8
12	0,05	0,05	0,10	41	37	6
13	0,20	0,10	0,10	41	30	7
14	0,05	0,10	0,05	29	25	5
15	0,05	0,10	0,05	26	22	3
16	0,05	0,10	0,05	22	19	3
						19
$Q_1 = 95\% \quad Q_2 = 53\% \quad Q_3 = 30\%$						

Tabela 12 – Indicadores para o sistema C.

Escolaridade média	-	9,91 anos
Desvio padrão da escolaridade média	-	4,44 anos
Taxa evasão até final da 4 <sup>a</sup> série	-	11%
Idem, 6 <sup>a</sup> série	-	16%
Idem, 8 <sup>a</sup> série	-	22%

Tabela 13 – Estimativas para o sistema C.

ano escolar	$\rho$	v	$\psi$	$\psi_e$
1	111		100	2
2	102	92	98	1
3	99	97	97	2
4	96	97	95	3
5	93	97	92	3
6	90	97	89	3
7	87	97	86	3
8	84	81	83	22
9	66	86	61	9
10	56	87	45	7
11	48	81	35	10
12	38	92	34	1
13	35	89	29	4
14	31	94	28	1
15	29	87	23	5
16	25	18	18	5

Tabela 14. Estimativas das características dos sistema C.

Escolaridade média	9,6 anos
Desvio padrão da escolaridade média	4,4 anos
Taxa evasão até final da 4 <sup>a</sup> série	8%
Idem, 6 <sup>a</sup> série	14%
Idem, 8 <sup>a</sup> série	39%

#### V. RESUMO DOS TESTES E COMPARAÇÕES

A tabela 15 mostra a comparação entre os indicadores de cada sistema escolar e suas estimativas a partir do modelo de percurso desenvolvido. Como se pode ver, as estimativas de escolaridade média,  $\langle E \rangle$ , e de seu desvio padrão,  $\sigma_E$ , são bastante boas, com erros de apenas um ou dois meses.

Entretanto, não ocorre o mesmo com as taxas de evasão escolar, o que é especialmente marcante para o sistema C: a evasão real até o final da 8<sup>a</sup> série é de 22% nesse sistema, enquanto o modelo proposto estima-a como sendo 39%. Uma possível saída para esse problema é definir uma evasão média como sendo a média da evasão após a 4<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> série. Esta solução parece aceitável, na medida em que as superestimativas e as subestimativas das taxas de evasão parecem se compensar ao menos parcialmente. Entretanto, esse problema das estimativas das taxas de evasão indicam que alguns aspectos do modelo devem ser revistos. Devemos chamar a atenção que a escolaridade média e o seu desvio padrão são suficientes para caracterizar um sistema escolar.

Tabela 15. Comparação entre os indicadores de cada sistema escolar e as estimativas feitas.

	Sistemas escolares					
	A		B		C	
	Real	estimado	real	estimado	real	estimado
$\langle E \rangle$	5,4	5,3	2,7	2,6	9,9	9,6
$\sigma_E$	5,4	5,3	3,8	3,8	4,4	4,4
Evasão 4 <sup>a</sup>	51%	51%	75%	81%	11%	8%
Evasão 6 <sup>a</sup>	61%	61%	86%	86%	16%	14%
Evasão 8 <sup>a</sup>	68%	68%	88%	90%	22%	39%
Evasão média	60%	60%	83%	86%	16%	20%

Finalmente, a tabela 16 compara os valores reais da escolaridade média e suas estimativas pelo método proposto e pelo método usado na ref. (3), o qual só leva em conta as taxas de escolarização nos diferentes graus de ensino. Como se pode ver, o modelo proposto permite obter, em média, previsões de escolaridades mais precisas do que o modelo da ref. (3).

Tabela 16 - Comparação entre a escolaridade média real e os estimados pelo modelo proposto e pelo método proposto por Behrman.

	Real	Modelo de percurso	Ref. (3)
Sistema A	5,4	5,4	7,6
Sistema B	2,7	2,6	3,4
Sistema C	9,9	9,7	10,1

## VI. O CASO BRASILEIRO

A situação brasileira pode ser útil para testar o modelo proposto, na medida em que temos outras informações adicionais. Para isso usaremos os dados de escolarização de 1973, os quais devem corresponder à escolaridade média da população adulta no início da próxima década. Naquele ano de 1973  $Q_1 = 89\%$ ,  $Q_2 = 30\%$  e  $Q_3 = 10\%$ , o que leva aos valores de  $p$ ,  $\psi$  e  $\psi_e$  da tabela 17.

Este caso real mostra uma irregularidade muito maior do que os casos A, B e C idealizados. Isso pode ser visto pelo valor altamente negativo do fluxo de evasão durante a oitava série, causado pela taxa de matrícula na nona série escolar superior a da 8ª série.

Tabela 17 - Estimativas de  $p$ ,  $\psi$ ,  $\psi$  e  $\psi_e$  para a situação brasileira em 1973.

ano escolar	$p$	$\psi$	$\psi$	$\psi_e$
1	203	0,61	94	6
2	104	0,86	83	11
3	88	0,87	71	12
4	76	0,95	70	1
5	72	0,83	54	16
6	59	0,80	42	12
7	46	0,86	37	5
8	39	1,23	53	- 16
9	47	0,72	28	25
10	32	0,80	23	5
11	25	0,67	13	10
12	15	0,82	11	2
13	12	0,92	11	0
14	11	0,91	10	1
15	10	0,90	9	1
16	9	0,89	8	8

As estimativas da escolaridade média e de seu desvio padrão estão na tabela 18, bem como a estimativa da escolaridade média pelo método da ref. (3). A questão é saber qual das duas estimativas é melhor.

Tabela 18 - Estimativas da escolaridade média e de seu desvio padrão no caso brasileiro (dados de escolarização de 1973).

	Modelo proposto	ref. (3)
$\langle E \rangle$	6,2 anos	7,5 anos
$\sigma_E$	4,6 anos	

Em 1985 a idade média da população economicamente ativa era de 32 anos, indicando ser ela representativa do sistema escolar de 1967 aproximadamente uma vez que a média de idade da população estudante era, em 1967, de aproximadamente 14 anos. Como essa PEA de 1985 tinha em média 4,7 anos de escolarização, podemos supor que a escolaridade esperada em 1967, dado o sistema escolar implantado, era de 4,7 anos. Como a escolaridade média da PEA cresce cerca de 0,13 anos a cada ano, podemos supor que a escolaridade esperada em 1973 era de cerca de 5,5 anos. Nestas estimativas estamos negligenciando a diferença de escolaridade da população adulta e da população economicamente ativa. (Os dados usados são da ref. (4)). Este valor está em melhor acordo com a estimativa do modelo de percurso proposto do que com a estimativa da ref. (3), reforçando os resultados já indicados na tabela 16.

Além do caso brasileiro, há outras indicações que o modelo proposto é mais preciso do que o da ref. (3) e que este superestima em geral a escolaridade esperada. Por exemplo, a escolaridade esperada

estimada na ref. (3) no caso do Congo é de 13,7 anos, uma superestimativa reconhecida pelo próprio autor. O método do percurso indica uma escolaridade esperada de cerca de 4 anos para aquele país, bem mais compatível com uma taxa de escolarização de terceiro grau (7%); a estimativa da ref. (3) implicaria que cerca da metade da população na faixa etária correspondente ao terceiro grau estivesse cursando-o.

#### VII. RESULTADOS PARA DIVERSOS PAÍSES

A tabela 19 mostra a escolaridade média  $\langle E \rangle$ , e seu desvio padrão,  $\sigma_E$ , a razão  $\sigma_E/\langle E \rangle$  e a média da evasão escolar para os sistemas educacionais de diversos países. Os dados de escolarização correspondem ao início da década de 70, o que faz com que os indicadores da tabela 19 correspondam aproximadamente ao perfil atual da população adulta.

Para os cálculos cujos resultados aparecem na tabela 19 foram feitos alguns procedimentos adicionais.

A) Sempre que a taxa de matrícula em determinado ano escolar era menor que as taxas de matrículas nos anos imediatamente anterior e posterior, aquela taxa era substituída pela média destas duas últimas;

B) Sempre que o fluxo de evasão era inferior a zero este era substituído por zero;

C) A taxa de evasão até o final da 8ª série indicada na tabela 19 é de fato a média das taxas de evasão até o final da 7ª, 8ª e 9ª séries.

Tabela 19

	Escolaridade média <E>	Desvio Padrão (Sigma)	Sigma/<E>	Evasão até 8ª série (%)
Filipinas	6,8	4,2	0,63	57
Brasil	6,4	4,6	0,72	59
Bangladesh	3,1	4,2	1,34	79
Índia	4,4	4,8	1,10	77
Sri Lanka	6,5	3,1	0,48	61
Costa Marfim	3,7	3,2	0,87	88
Peru	6,0	4,3	0,71	73
Iugoslávia	7,7	3,5	0,45	66
Venezuela	5,8	4,4	0,75	72
Guatemala	2,9	3,9	1,37	92
Jamaica	6,9	3,2	0,46	56
Colômbia	4,1	3,5	0,83	83
Paquistão	1,9	3,2	1,69	92
Hungria	9,0	3,5	0,39	11
Indonésia	4,1	3,6	0,86	85
Malásia	6,5	3,8	0,58	54
Finlândia	7,8	3,9	0,50	0
Dinamarca	9,4	3,8	0,40	4
Canadá	11,4	4,1	0,36	32
Égito	6,1	4,5	0,74	57
México	4,7	3,0	0,63	78
Argentina	7,4	4,4	0,59	64
Espanha	6,2	3,7	0,59	52
Itália	7,6	3,8	0,50	62
Austrália	9,3	3,0	0,32	13
França	7,6	4,1	0,54	30
Japão	9,5	3,5	0,36	16
Argélia	4,4	3,1	0,71	89
Rep. C. Afric.	2,7	2,7	0,97	95
Congo	3,9	3,0	0,79	89
Etiópia	1,0	2,4	2,48	96
Guiné	2,2	3,5	1,58	89
Madagascar	3,8	2,8	0,74	88
Níger	1,0	2,5	2,60	93
Nigéria	1,7	2,8	1,63	97
Mauritânia	0,9	2,5	2,68	98
Zaire	4,0	2,4	0,60	92
Zimbabwe	4,3	2,9	0,66	90
Cuba	5,1	2,8	0,55	81

	Escolaridade média <E>	Desvio Padrão (Sigma)	Sigma/<E>	Evasão até 8ª série (%)
El Salvador	5,0	4,1	0,81	73
Honduras	4,3	3,9	0,90	89
Nicarágua	4,3	4,3	0,98	82
Panamá	6,3	3,8	0,59	61
Bolívia	5,0	4,8	0,96	69
Chile	6,7	3,9	0,59	52
Equador	5,6	4,0	0,71	79
Paraguai	5,1	3,8	0,75	68
Uruguai	7,9	4,3	0,54	42
Afeganistão	1,6	3,0	1,84	94
China	5,2	3,3	0,64	70
Irã	4,9	4,1	0,84	75
Iraque	4,7	4,5	0,96	75
Israel	9,3	3,7	0,40	24
Jordânia	7,8	4,6	0,60	30
Arábia Saudita	2,7	3,5	1,33	89
Síria	6,1	4,3	0,70	63
Turquia	5,5	3,2	0,59	83
Albânia	8,3	2,3	0,28	35
Áustria	7,8	3,2	0,41	52
Bélgica	9,7	3,1	0,32	0
Bulgária	9,9	3,3	0,33	12
Checoslováquia	8,7	3,2	0,37	25
Grécia	8,8	3,7	0,42	40
Noruega	8,6	4,0	0,47	1
Portugal	5,9	3,7	0,62	45
Suécia	8,9	3,6	0,41	0
URSS	9,1	4,0	0,45	41
Zâmbia	5,6	2,5	0,45	79
Quênia	3,9	3,5	0,90	87
Tailândia	4,4	3,3	0,74	81
Coréia	7,4	3,2	0,43	55
Trinidad e Tobago	6,6	3,2	0,48	55
Irlanda	8,7	3,5	0,40	29
Nova Zelândia	9,7	4,5	0,46	17
Hong Kong	6,5	3,4	0,52	65
Holanda	10,1	3,4	0,33	3
Rep. Fed. Alemanha	7,6	4,4	0,58	55
EUA	12,2	3,8	0,31	2

## VIII. CONCLUSÃO

O modelo proposto parece, quer pelos testes feitos a partir de simulações, quer pelas comparações com as situações brasileira e congolesa, é mais confiável do que o modelo usualmente adotado para estimar a escolaridade média de uma população. O modelo permite ainda estimar taxas de evasão e irregularidades na escolarização da população.

As principais limitações do modelo são: a hipótese de que as taxas de evasão e repetência são iguais e valores irreais para alguns indicadores.

## REFERÊNCIAS

- (1) UNESCO – Statistical Yearbook, 1984.
- (2) Relatório sobre o Desenvolvimento Mundial, 1990, Banco Mundial.
- (3) J.R. Behrman, Econ. of Educ. Rev. 6(2) (1987) 111.
- (4) IBGE – Anuário Estatístico – 1980, 1987, 1988, 1989, 1990.